République Libanaise
Ministère de l'Education Nationale, de la Jeunesse et des Sports
Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques

Curriculum de

MATHEMATIQUES

(Décret-loi N°: 10227 Date: 8 mai 1997)

(Détail du contenu des troisièmes années de chaque cycle)
(Français / Anglais / Arabe)

République Libanaise
Ministère de l'Education Nationale, de la Jeunesse et des Sports
Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques

Curriculum de

MATHEMATIQUES

(Décret-loi N°: 10227 Date: 8 mai 1997)

(Détail du contenu des troisièmes années de chaque cycle)
(Français / Anglais / Arabe)

CURRICULUM DE MATHEMATIQUES

Détail du contenu dans les troisièmes années de chaque cycle

(Français-Anglais-Arabe)

TABLE DES MATIERES

EDUCATION DE BASE

ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

PREMIER CYCLE

TROISIÈME ANNÉE

ARITHMÉTIQUE ET ALGÈBRE (110 h)

1. ENTIERS NATURELS (15 h)

Au cours des années précédentes, les élèves ont utilisé des matériels spécifiques pour représenter les nombres. Ils continueront à le faire cette année, mais nous pensons que cette représentation est inutile quand le nombre est supérieur à 10 000, puisque l'élève, à ce stade, devient capable de faire l'extrapolation de la suite des nombres.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Nombres inférieurs à 100 000.	1. Prolonger la suite des entiers naturels jusqu'à 100 000. • Reconnaître que 1000 est: - le nombre qui suit 999 - 999+1 - 10 centaines. • Reconnaître que 10 000 est: - le nombre qui suit 9 999 - 9 999 + 1 - 10 milliers.	Afin de prolonger la suite des entiers naturels, il serait bon de s'appuyer sur un matériel didactique approprié et surtout sur les tableaux de position. La connaissance des nombres supérieurs à 1000 crée un contexte favorable à l'utilisation et à l'exploitation des problèmes ayant pour support la monnaie.
1.2. Lecture et écriture en chiffres et en lettres.	1. Lire et écrire. • Lire et écrire les nombres en chiffres et en lettres. • Donner l'écriture développée d'un nombre. • Arrondir un nombre à la dizaine, à la centaine, au millier le plus proche.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Compatibilité de l'ordre avec l'addition, la soustraction et la multiplication.	1. Utiliser la compatibilité de l'ordre avec l'addition, la soustraction et la multiplication. • Comparer deux nombres supérieurs à 1000. • Ordonner des nombres. • Comparer, sans effectuer d'addition (ou de soustraction), $a + b$ à $a + c$ ($a - b$ à $c - b$). • Comparer, sans effectuer d'opération, $a \times b$ à $a \times c$ et $a \div b$ à $c \div b$.	Préparation lointaine aux propriétés des inégalités, cette notion est intuitive à cet âge et peut être en relation avec les comparaisons de masses.

2. FRACTIONS (5 h)

La méthodologie est clairement définie par les objectifs. Nous rappelons toutefois qu'à cet âge, la notion de fraction est liée à celle de partie. Les fractions sont l'occasion pour l'élève de traduire le langage parlé en langage mathématique utilisant un nouveau symbole.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Fractions 1/n.	1. Reconnaître les fractions du type $1/n$. • Reconnaître la moitié, le quart, le tiers, le cinquième, le sixième, etc... à partir de dessins simples prédécoupés. • Associer fraction et dessin prédécoupé. • Prendre le $n^{\text{ième}}$ d'une collection donnée.	L'élève utilise les mots un demi, un quart et parfois un tiers, mais sa connaissance des fractions, et de ces fractions notamment, est encore intuitive et imparfaite. De plus, les situations de la vie courante ne permettent pas d'accéder à ce concept, puisque l'on confond souvent "un demi" et "partie de". On dit une demi-pomme, une demi-orange, etc. Les prérequis sont les concepts de division, de longueur, de superposition de figures. Les fractions par les activités de superposition sont en relation avec le concept d'aire. On se limitera, pour cette année, aux fractions de numérateur 1 et de dénominateurs facilement représentables ne dépassant pas 10.

3. **ADDITION** (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Propriétés: la commutativité et l'associativité.	1. Utiliser les propriétés de la commutativité et de l'associativité de l'addition. • Utiliser les propriétés de l'associativité et de la commutativité dans les calculs. • Ajouter mentalement 99 à un nombre donné. • Additionner mentalement deux nombres dont la somme est un multiple de10. • Estimer une somme en arrondissant chaque terme à la dizaine, à la centaine, au millier le plus proche. • Reconnaître que l'ordre entre deux nombres ne change pas si l'on ajoute, ou soustrait, le même nombre à ces deux nombres.	La commutativité de l'addition est une propriété que l'enfant perçoit dès les premiers instants. L'associativité, un peu plus tard, ne pose pas de problème. L'élève utilisera sciemment ces propriétés pour faciliter les calculs. Les termes "commutatif" et "associatif" ne sont pas exigibles. De même nous ne conseillons pas l'usage des parenthèses.

4. **SOUSTRACTION** (20 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Maîtrise de la technique opératoire.	1. Maîtriser la technique opératoire de la soustraction. • Utiliser les mots somme et différence. • Estimer une différence en arrondissant à la dizaine, à la centaine, etc. la plus proche. • Soustraire deux nombres dans le cas où un chiffre du nombre le plus grand est 0.	Faire le lien entre la distance qui sépare deux nombres sur la ligne des nombres et leur différence. Le concept d'écart pourrait être introduit.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Soustraire mentalement un nombre de 100 ou d'un multiple de 100. • Utiliser plusieurs techniques de soustraction. • Reconnaître que la somme de deux nombres est supérieure à chacun d'eux et que la différence de deux nombres est inférieure au plus grand des deux. • Utiliser, dans le calcul d'une différence, le fait que la différence de deux nombres ne change pas si l'on ajoute, ou soustrait, à chaque terme, le même nombre.	L'algorithme de soustraction étant peu pratique dans les cas où l'emprunt est fait à l'unité non contiguë, il est conseillé de développer simultanément des procédés de calcul réfléchi (tel le fait d'opérer par addition ou par compensation). Ainsi l'élève est mieux outillé pour affronter plus tard la technique de division. Par addition: $\begin{array}{r} 1\ 0\ 2 \\ -\ \ 7\ 6 \\ \hline \end{array}$ est remplacé par $\begin{array}{r} 7\ 6 \\ +\ \ .\ \ . \\ \hline 1\ 0\ 2 \end{array}$ Par compensation: 72 - 38 est remplacé par 74 - 40 ou 70 - 36.

5. MULTIPLICATION (30 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Fonction "multiplier par *n*"	1. Maîtriser la fonction multiplier. • Maîtriser la fonction multiplier. • Calculer le double de... le triple de ... le quadruple de ... • Lier la multiplication au produit du nombre de lignes et de colonnes sur un quadrillage.	Connaissant la multiplication en tant qu'addition itérative, l'élève associera cette année le produit de deux nombres à un quadrillage qui, par la suite, sera utilisé et exploité pour visualiser, d'une part, la commutativité de la multiplication et, d'autre part, la distributivité de la multiplication sur l'addition. La fonction "multiplier par n" est une préparation au concept de proportionnalité et à l'opérateur "diviser par *n*".

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.2. Multiplication par 10 et par un multiple de 10.	1. Multiplier par 10 et par un multiple de 10.	Se baser sur le principe de la numération décimale.
5.3. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.	1. Calculer en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. 2. Utiliser cette même propriété pour un calcul mental.	Le terme "distributivité" n'est pas exigible. Cette propriété servira à atteindre deux buts: permettre à l'élève de comprendre la technique opératoire de la multiplication et lui fournir un outil de calcul mental. Ne pas donner de formule. Faire une illustration de cette propriété à partir des quadrillages et dans des situations de problèmes d'arithmétique. L'usage des parenthèses est à éviter.
5.4. Technique opératoire: multiplicateur à deux chiffres.	1. Maîtriser la technique opératoire, le multiplicateur étant de deux chiffres. 2. Mémoriser la table de multiplication. • Compléter de mémoire $a \times b = ...$, dans le cas où a et b sont inférieurs à 9. • Multiplier un nombre par un multiplicateur de un chiffre. • Multiplier quand le multiplicateur est de deux chiffres.	L'élève s'est déjà entraîné en 2ème année à la technique opératoire à un chiffre. Introduire le terme "produit". Insister sur la compréhension de la technique en faisant le lien avec la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Avoir recours, chaque fois que nécessaire, au calcul réfléchi.

6. **DIVISION** (30 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
6.1. Division exacte et division euclidienne.	1. Reconnaître la division exacte comme étant une opération inverse de la multiplication. 2. Reconnaître une situation de division exacte ou de division euclidienne. • Représenter une situation donnée de partage ou de distribution à égalité, sans reste, par une égalité de division. • Passer de l'égalité $a \div b = c$ à l'égalité $a = b \times c$. • Passer de l'égalité $a \times b = c$ à $c \div b = a$ ou $c \div a = b$. • Compléter l'équation $a \div b = c$, quelle que soit l'inconnue a, b ou c. • Utiliser l'écriture euclidienne de la division dans le cas de la division avec reste. • Savoir que le reste est inférieur au diviseur. • Choisir l'opération qui convient dans une situation donnée. • Calculer la moitié, le quart, le tiers, le nième d'un nombre.	L'élève établira le lien entre la division exacte et la multiplication, ayant déjà établi le lien entre la division et la soustraction. Pour calculer le nième d'un nombre, on évitera l'écriture produit d'une fraction par un nombre; on se contentera de celle de division, car prendre le nième de a signifie diviser a par n.
6.2. Technique opératoire.	1. Effectuer des divisions dont le diviseur est un nombre de un chiffre. • Diviser abc par x dans le cas où a, b et c sont multiples de x. • Diviser abc par x dans le cas où $a > x$ et le quotient ne comporte pas de 0. • Diviser abc par x dans le cas où $a < x$ et le quotient ne comporte pas de 0. • Reconnaître que le reste est inférieur au diviseur.	La technique de division se base sur la maîtrise de la multiplication et de la soustraction qui peuvent encore présenter quelques difficultés. Se limiter, de ce fait, aux cas cités dans les objectifs et éviter toute virtuosité dans les calculs. Entraîner l'élève à estimer le quotient et à vérifier la plausibilité du résultat. Développer, en parallèle à la technique de division, des procédés heuristiques, en particulier la soustraction itérative qui est souvent plus porteuse de sens. Vocabulaire: diviseur, quotient, reste.

GÉOMÉTRIE (20 h)

En géométrie, les activités de cette année visent à faire acquérir un vocabulaire géométrique limité et précis et à manipuler aisément les instruments de tracé.

1. LOCALISATION ET REPÉRAGE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Milieu d'un segment de droite.	1. Déterminer le milieu d'un segment de droite. • Contrôler avec la règle qu'un point donne est milieu d'un segment donné. • Placer le milieu d'un segment donné. • Utiliser correctement les termes "milieu" et "moitié".	Déterminer le milieu à l'aide de la règle graduée.
1.2. Droites perpendiculaires.	1. Vérifier que deux droites sont perpendiculaires. 2. Tracer deux droites perpendiculaires. • Vérifier que deux droites sont perpendiculaires. • Elever en un point d'une droite une perpendiculaire à cette droite.	Dans le but d'affiner l'analyse des quadrilatères particuliers, ainsi que leur dessin ou leur construction. Usage de l'équerre ou de tout autre objet similaire. Eviter les situations formelles et en particulier le symbole d'orthogonalité.

2. CORPS SOLIDES (7 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Construction d'un cube et d'un pavé.	1. Développer un cube et un pavé en un patron. • Construire un cube à partir d'un patron donné. • Compter le nombre de faces, de sommets, d'arêtes d'un cube d'après une image. • Reconnaître le patron d'un cube à partir de patrons donnés par décalquage et découpage. • Construire un pavé à partir d'un patron donné. • Compter le nombre de faces, de sommets, d'arêtes d'un pavé d'après une image. • Reconnaître le patron d'un pavé à partir de patrons donnés par décalquage et découpage. • Savoir qu'un cube a 6 faces carrées superposables.	Etablir la relation entre les activités géométriques et le nombre. Les activités proposées ci-dessous développent les capacités d'anticipation et d'organisation. Par des retournements successifs autour des arêtes et en dessinant les traces obtenues, l'élève déterminera différents patrons d'un pavé ou d'un cube. Le passage du cadre plan au cadre espace est une étape difficile pour l'élève de cet âge. C'est pourquoi il aura de la difficulté à retrouver le patron d'un solide.

3. FIGURES PLANES (3 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Angle droit. Application au rectangle et au carré.	1. Reconnaître l'angle droit. • Reconnaître l'angle droit. • Vérifier qu'un angle est droit à partir de l'équerre ou d'un équivalent. • Tracer un angle droit.	Il ne s'agit point de faire l'étude des angles. Notre but est de reconnaître l'angle droit pour une meilleure identification des quadrilatères. Utiliser l'équerre pour vérifier ou tracer un angle droit. Aucune notation d'un angle n'est exigible.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Rectangle. Carré.	1. Identifier un rectangle par ses angles. 2. Identifier un carré par ses angles et ses côtés. • Identifier un rectangle par ses quatre angles droits. • Identifier un carré par ses quatre angles droits et la superposition de ses côtés. • Construire des rectangles et des carrés. • Compléter un carré dont on connaît un côté. • Compléter un rectangle dont on connaît deux côtés consécutifs. • Reproduire une figure sur différents quadrillages. • Compléter une figure pour la rendre identique à une figure donnée.	L'élève a un nouvel outil qui, avec ceux de l'année précédente, lui permettra une meilleure classification des quadrilatères.

4. TRANSFORMATION (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Symétrie axiale.	1. Dessiner la figure symétrique d'une figure donnée. • Vérifier que deux figures données sont symétriques par rapport à une droite. • Dessiner, sur quadrillage, une figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné. • Distinguer entre les figures superposables par symétrie et les figures superposables sans être symétriques. • Utiliser les termes: symétrie, figures symétriques, superposables.	L'étude de cette transformation n'exige pas d'acquérir un vocabulaire spécifique mais, par contre, exige que l'élève perçoive les propriétés essentielles: conservation des distances et des angles et superposition après retournement.

MESURE (20 h)

1. **LONGUEUR** (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Unités de longueur: kilomètre, mètre, centimètre, millimètre.	1. Convertir une unité en une autre. • Savoir que 1 cm = 10 mm et utiliser le symbole mm. • Mesurer une longueur en "cm et mm". • Tracer un segment de longueur donnée en "cm et mm". • Convertir de "cm et mm" en mm et réciproquement. • Savoir que 1 km = 1000 m et utiliser le symbole km. • Choisir l'unité convenable associée à une longueur donnée. • Convertir de "km et m" à m et réciproquement. • Comparer des longueurs exprimées en unités différentes.	Estimer une longueur est une activité fondamentale. L'estimation sera exprimée avec l'unité convenable et sera suivie d'une vérification. On estimera, de même, l'ordre de grandeur d'objets usuels. La conversion se limitera aux unités citées et supposera l'utilisation des nombres inférieurs à 1000. Eviter les conversions décontextualisées et qui ne sont pas significatives. Les activités de conversion doivent se baser sur les équivalences entre les unités. Eviter de les mécaniser. Si l'on a besoin d'exprimer la longueur d'un segment AB, on écrira: AB = ... cm Notation: Kilomètre: km Mètre: m Centimètre: cm Millimètre: mm
1.2. Distance entre deux points.	1. Mesurer la distance entre deux points.	Deux concepts très proches et si différents: la distance parcourue sur un trajet quelconque et la distance entre deux points. Eviter une introduction formelle. Utiliser la distance entre deux points dans la reproduction d'un dessin.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
		Il est à noter qu'on peut mesurer la distance entre deux points sans tracer le segment qui les relie. Aucune notation n'est exigible.
1.3. Longueur d'une ligne polygonale. Périmètre.	1. Mesurer la longueur d'une ligne polygonale. 2. Calculer le périmètre d'un polygone. • Mesurer la longueur d'une ligne polygonale. • Calculer le périmètre d'un polygone. • Utiliser le périmètre pour résoudre des problèmes.	Pour permettre une meilleure compréhension du concept de périmètre il faut éviter de ramener ce calcul à l'application d'une formule ou à un prétexte pour des exercices de conversion. Des activités réelles de mesure de périmètres sont indispensables. Le concept de périmètre ainsi que celui d'aire, que nous verrons par la suite, sont mal assimilés par les élèves qui en portent les séquelles très longtemps.

2. MASSE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Kilogramme. Gramme.	1. Utiliser à bon escient les unités de masse. • Utiliser: 1 kg = 1000 g et 1/2 kg = 500 g. • Convertir des masses exprimées en "kg et g" en "g" et vice-versa. • Choisir l'unité convenable pour exprimer une masse. • Ecrire correctement le symbole des unités. • Comparer des masses données et les ordonner. • Déterminer des masses par addition ou soustraction de masses.	Les mêmes que pour le thème longueur. En particulier l'estimation sera exprimée avec l'unité adéquate et sera suivie, dans la mesure du possible, par une vérification à l'aide d'une balance. Notation: Kilogramme: kg Gramme: g

3. TEMPS ET DUREE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Lecture de l'heure.	1. Lire l'heure. • Lire l'heure sur une montre à aiguille et l'écrire. • Lire l'heure sur une montre digitale et l'écrire.	Apprendre à l'élève à gérer son temps. Notation: Heure: h Minute: min Seconde: s
3.2. Durée d'un événement.	1. Différencier entre temps et durée. • Calculer une durée sur un calendrier. • Calculer une durée par des moyens heuristiques. • Déterminer l'heure finale d'un événement connaissant l'heure initiale et sa durée dans des cas simples. • Comparer des durées.	Eviter d'aborder des activités d'estimation de durée, l'estimation de durée étant très difficile. On pourrait utiliser comme matériel didactique les sabliers, les métronomes et les montres digitales ou à aiguilles.
3.3. Unités de temps: heure, minute, seconde.	1. Utiliser les unités de temps. • Connaître et utiliser que 1 h = 60 min; 1 min = 60 s. • Ecrire correctement les symboles: h; min; s. • Convertir une durée exprimée en "heure et minutes" en "minutes" et vice-versa. • Convertir une durée exprimée en "minutes et secondes" en "secondes" et vice-versa. • Connaître: 1/2 h = 30 min; 1/4 h = 15 min.	Utiliser des procédés heuristiques pour effectuer des calculs sur les durées. Se contenter de situations simples et éviter les calculs élaborés.

SECOND CYCLE

SIXIÈME ANNÉE

ARITHMÉTIQUE ET ALGÈBRE (110 h)

Au cours de cette année, on procédera à la consolidation de notions fondamentales étudiées précédemment. Ainsi l'élève maîtrisera le système de numération décimale en développant tout entier naturel et tout nombre décimal selon les puissances de 10 et de $\frac{1}{10}$. La correspondance entre écriture décimale et fraction permettra à l'élève de concevoir les fractions comme des nombres et non seulement comme des opérateurs.
La nouveauté, cette année, est l'introduction des nombres relatifs. Elle permet la généralisation de la notion de nombre en même temps que son approfondissement.

1. ENTIERS NATURELS (15 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Développement d'un entier naturel selon les puissances de 10.	1. Ecrire un entier donné suivant les puissances de 10. • Ecrire un nombre en lettres. • Ecrire un entier naturel comme combinaison linéaire de puissances de 10.	L'élève établira les relations entre la position d'un chiffre dans l'écriture d'un nombre, son nom, son ordre et la puissance de 10 correspondante. Il devra passer d'une écriture donnée d'un nombre à une autre écriture de ce nombre.
1.2. PGCD et PPCM de deux entiers naturels.	1. Rechercher le PPCM et le PGCD de deux entiers. • Savoir que si m est un multiple de n, alors m est le PPCM de m et n, et appliquer cette propriété. • Trouver le PPCM de deux nombres. • Savoir que si m est un diviseur de n, alors m est le PGCD de m et n, et appliquer cette propriété. • Trouver le PGCD de deux nombres.	Pour déterminer le PPCM de deux nombres, on utilisera la méthode des multiples communs. Pour le PGCD, on pourra utiliser la formule : $a \times b$ = PGCD × PPCM ou d'autres techniques heuristiques. Il faudra s'abstenir de poser des problèmes difficiles ou des exercices gratuits puisque l'objectif est de comprendre le concept et de l'utiliser éventuellement.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Nombres premiers entre eux.	1. Reconnaître deux nombres premiers entre eux. • Trouver tous les diviseurs d'un nombre inférieur à 20. • Reconnaître deux nombres premiers entre eux.	L'élève dégagera, en particulier, le fait que deux nombres consécutifs sont premiers entre eux. On se limitera à des nombres n'exigeant pas un calcul fastidieux. Il est utile de faire remarquer par l'élève que le PPCM de deux nombres premiers entre eux est le produit.

2. FRACTIONS (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Fractions irréductibles.	1. Ecrire une fraction sous sa forme réduite. • Reconnaître une fraction irréductible. • Trouver la fraction irréductible égale à une fraction donnée.	Tout en reconnaissant l'intérêt des fractions réduites, il faut noter que dans certains cas (le cas de fractions qui ont pour dénominateur des puissances de 10), la forme non réduite est plus intéressante. On rappellera que parmi plusieurs fractions égales entre elles, il y a une seule dont les termes sont premiers entre eux. Eviter de systématiser la réduction de fractions basée sur le passage par le PGCD. Au contraire, favoriser des initiatives plus directes.
2.2. Fractions décimales.	1. Reconnaître une fraction qui se ramène à une fraction décimale et vice versa. • Reconnaître une fraction décimale. • Ecrire sous forme de fraction décimale les fractions qui peuvent être transformées sous cette forme.	On se contentera de définir une fraction décimale comme une fraction égale à une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10.

3. DÉCIMAUX (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Ecriture fractionnaire d'un décimal.	1. Ecrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction décimale et vice versa. • Ecrire une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal. • Ecrire un nombre décimal sous la forme d'une fraction décimale.	
3.2. Développement d'un nombre décimal selon les puissances de 10 et de $\frac{1}{10}$.	1. Ecrire un nombre décimal suivant les puissances de 10 et de $\frac{1}{10}$. • Ecrire un nombre décimal suivant les puissances de 10 et de $\frac{1}{10}$. • Tronquer un nombre décimal. • Arrondir un nombre décimal.	Utiliser la factorisation ou la division par la puissance de 10 qui convient, pour permettre la recherche du nombre d'unités d'un rang quelconque. Il est conseillé de donner des situations de la vie courante où l'arrondissement d'un résultat ou la troncature d'un nombre suffisent à la solution recherchée ou même sont nécessaires.

4. NOMBRES RELATIFS (15 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Nombres positifs et nombres négatifs.	1. Identifier des nombres positifs et des nombres négatifs. • Qualifier des grandeurs par un sens positif ou négatif. • Reconnaître un nombre positif, un nombre négatif et un nombre nul.	On multipliera les exemples de grandeurs pouvant avoir deux sens: déplacement sur une route, température, altitude, temps, etc. On fera remarquer l'intérêt particulier du choix de l'origine (valeur initiale) bien que ce choix soit arbitraire.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser la notation classique pour désigner les nombres relatifs. • Reconnaître deux nombres opposés.	On utilisera la notation $(+a)$ et $(-\ a)$, où a est un nombre quelconque, pour désigner des nombres relatifs. On n'accordera aucune particularité à l'ensemble des entiers relatifs. Pour ce qui est des fractions, on ne parlera que de celles dont le numérateur et le dénominateur sont positifs. On admettra, pour une grandeur donnée, une valeur initiale à partir de laquelle la grandeur pourrait prendre des valeurs positives ou négatives.
4.2. Représentation sur l'axe numérique.	1. Situer les nombres relatifs sur l'axe numérique. • Choisir une origine sur une droite, un sens et une unité. • Identifier un axe. • Situer les nombres relatifs sur l'axe numérique. • Utiliser le terme "abscisse d'un point". • Déterminer la distance à l'origine d'un point situé sur l'axe numérique. • Reconnaître deux nombres opposés comme ayant même distance par rapport à l'origine.	On dit qu'un point A de l'axe représente un nombre a et que le nombre a est l'abscisse de A.
4.3. Comparaison.	1. Comparer des nombres relatifs. • Comparer un nombre relatif à 0. • Comparer deux nombres positifs. • Comparer deux nombres négatifs. • Comparer deux nombres de signes opposés. • Ecrire en langage mathématique: a est négatif (ou positif).	La représentation des nombres relatifs par des points d'un axe et leurs distances à l'origine joueront un rôle important dans la comparaison des nombres. On pourra lier la comparaison de deux nombres a et b au signe de la différence $a - b$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Représenter sur l'axe numérique les nombres qui vérifient des inégalités telles que $x > a$, $x < a$, $x \geq a$, (a est un nombre relatif).	

5. ADDITION (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Addition de nombres relatifs.	1. Additionner des nombres relatifs. • Additionner deux nombres relatifs (de même signe ou de signes contraires). • Vérifier que zéro est la somme de deux nombres opposés.	Le recours à la représentation sur un axe facilite la compréhension. On pourra y représenter l'addition par un déplacement.

6. SOUSTRACTION (5 h)

Une fois acquise la maîtrise des opérations, il faudra entraîner l'élève à l'usage de la calculette pour effectuer de telles opérations.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
6.1. Soustraction de nombres relatifs.	1. Soustraire des nombres relatifs. • Soustraire deux nombres relatifs (de même signe ou de signes contraires). • Additionner et soustraire plusieurs nombres relatifs.	On conseille d'utiliser la représentation sur un axe et de se limiter (dans le calcul) à des cas simples. La maîtrise de la soustraction des nombres relatifs est réservée à la 7° année.

7. MULTIPLICATION (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
7.1. Multiplication des fractions.	1. Multiplier des fractions. • Trouver la fraction d'un nombre. • Multiplier deux fractions.	On limitera l'étude au cas des fractions positives. La vérification, par le calcul, de certaines propriétés générales de la multiplication des fractions est une activité conseillée: associativité, commutativité, distributivité par rapport à l'addition et à la soustraction (occasion de rappeler ces deux dernières opérations), existence de l'élément neutre et de l'inverse d'une fraction.
7.2. Puissances d'exposant 2 ou 3.	1. Calculer les puissances d'exposant 2 ou 3. • Utiliser une écriture exponentielle pour simplifier des écritures développées. • Calculer les puissances d'exposant 2 ou 3 d'un nombre positif.	On distinguera, dans une puissance, la base et l'exposant. On ne traitera que le cas où la base de la puissance est positive. On utilisera les résultats pour exprimer l'aire d'un carré ou le volume d'un cube. On pourra introduire le vocabulaire "carré" et "cube", pour indiquer les puissances d'exposants 2 et 3 respectivement.
7.3. Puissances de 10.	1. Calculer les puissances de 10. • Calculer les puissances de 10 d'exposant entier naturel. • Calculer le produit d'un décimal par une puissance de 10. • Calculer les puissances de $\frac{1}{10}$ d'exposant entier naturel.	

8. DIVISION (10 h)

Parvenus à cette classe, les élèves doivent normalement avoir déjà maîtrisé toutes les opérations arithmétiques. Mais il semble que certains continuent à avoir des difficultés en division; c'est pourquoi il faut commencer par consolider l'acquis des élèves sur ce point avant d'entamer le programme proprement dit de cette année.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
8.1. Division des fractions.	1. Diviser deux fractions. • Effectuer la division de deux fractions.	
8.2. Quotient et rapport.	1. Déterminer le quotient de deux nombres. 2. Déterminer le rapport de deux grandeurs de même nature ou de natures différentes. • Chercher le quotient de deux nombres positifs. • Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres. • Utiliser l'écriture $\frac{a}{b}$ pour représenter le quotient de deux nombres. • Déterminer le rapport de deux grandeurs. • Utiliser le rapport de deux grandeurs de même nature comme moyen de comparaison de ces grandeurs. • Exprimer le rapport de deux grandeurs de natures différentes.	On appliquera l'algorithme classique de la division pour chercher le quotient entier, décimal ou décimal approché de deux nombres. On pourra utiliser la calculette pour des calculs complexes. Le concept de rapport de deux grandeurs était implicite dans divers thèmes déjà traités dans les années précédentes tels que la mesure. On conseille d'expliciter progressivement ce concept en diversifiant les situations et de le manipuler en se basant sur sa signification et non à partir d'une formule. On utilisera le concept de rapport dans des situations tirées de différents contextes: scientifiques, économiques ou sociaux.
8.3. Division d'une durée par un entier.	1. Diviser une durée par un entier. • Diviser une durée par un entier ne dépassant pas 10. • Déterminer des fractions de seconde.	On pourra soit effectuer directement la division, soit transformer la durée en secondes, puis effectuer la division.

9. PROPORTIONNALITÉ

Dans les classes précédentes, l'élève a travaillé pragmatiquement, de façon implicite, sur des situations de proportionnalité.
Les acquisitions, dans ce domaine, sont étalées sur les différentes années du cycle moyen. Les acquis de cette 6ème année se situent plus au niveau de la compréhension du concept et des propriétés des suites proportionnelles que du mécanisme du calcul de la quatrième proportionnelle.
Une interprétation numérique et géométrique sera donnée à ce concept. On liera l'aspect numérique de ce concept à son aspect géométrique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
9.1. Pourcentage. Taux.	1. Effectuer des calculs de pourcentages. • Ecrire un rapport sous forme de pourcentage. • Donner la signification de n%. • Reconnaître que le pourcentage est une situation de proportionnalité. • Calculer les n% d'un nombre. • Déterminer un pourcentage. • Utiliser le pourcentage comme instrument de comparaison. • Calculer un pourcentage à la calculette. • Résoudre des problèmes portant sur des taux, des pourcentages.	Les supports seront pris dans différents domaines des sciences, en particulier les sciences physiques, l'économie, la géographie, en corrélation avec le programme de ces disciplines. Notre but étant de réinvestir les concepts étudiés dans les autres disciplines. Ces différents concepts sont trop importants pour les restreindre à une seule période de l'année scolaire. Nous conseillons leur réinvestissement fréquent.
9.2. Suites proportionnelles.	1. Reconnaître et construire deux suites proportionnelles. • Reconnaître deux suites proportionnelles. • Construire une suite proportionnelle à une suite donnée connaissant son coefficient de proportionnalité. • Calculer le coefficient de proportionnalité de deux suites proportionnelles. • Calculer la quatrième proportionnelle. • Résoudre des problèmes de proportionnalité.	Vérifier que, sur un même cercle, les angles au centre sont proportionnels aux longueurs des arcs interceptés.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
9.3. Echelle.	1. Effectuer des calculs d'échelle. • Reconnaître l'échelle comme coefficient de proportionnalité entre deux suites. • Calculer l'une de ces grandeurs: la distance réelle, la distance sur plan ou l'échelle, connaissant les deux autres. • Réduire ou agrandir une figure géométrique donnée à une échelle donnée.	

10. EXPRESSIONS ALGÉBRIQUES

C'est la première année où l'élève est confronté à des écritures littérales. Ce passage à l'algébrisation n'est pas évident. L'emploi d'une formule mérite un apprentissage spécifique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
10.1. Lois de priorité des opérations dans un calcul.	1. Effectuer des calculs sur des nombres positifs en appliquant les lois de priorité. • Distinguer entre $a + b \times c$ et $(a + b) \times c$, et entre $a - b \times c$ et $(a - b) \times c$. • Distinguer entre $a + b \div c$ et $(a + b) \div c$, et entre $a - b \div c$ et $(a - b) \div c$. • Distinguer entre $(a \div b) \div c$ et $a \div (b \div c)$. • Distinguer entre $a - (b + c)$ et $a - b + c$. • Appliquer l'associativité et la commutativité de l'addition.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
10.2. Calcul sur des expressions littérales.	1. Ecrire des formules en utilisant des lettres qui remplacent des grandeurs connues. 2. Utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition dans des expressions littérales. • Exprimer le périmètre d'un polygone en utilisant des lettres. • Exprimer le périmètre, l'aire d'une figure en utilisant des lettres. • Exprimer le volume d'un solide en utilisant des lettres. • Traduire un énoncé par des lettres. • Développer $n \times (a + b)$, n étant un nombre positif et en chiffres. • Développer $n \times (a - b)$, n étant un nombre positif et en chiffres. • Calculer $n \times a + p \times b$; n et p positifs et en chiffres. • Calculer $n \times a - p \times b$; n et p positifs et en chiffres.	Utiliser prudemment les lettres pour représenter des grandeurs. Une formule étant donnée, l'élève doit être capable de calculer un de ses termes connaissant tous les autres. Eviter la mémorisation systématique de formes équivalentes. Exemple: $A = L \times \ell$ et $L = \frac{A}{\ell}$. Une seule expression suffit.
10.3. Valeur numérique d'une expression littérale.	1. Calculer la valeur numérique d'une expression littérale. • Calculer la valeur numérique d'une expression littérale dans le cas des nombres positifs.	

GÉOMÉTRIE (25 h)

Dans les classes précédentes, les élèves ont effectué des manipulations sur des figures simples et ont pu de ce fait découvrir à travers leurs expériences des propriétés de certaines figures. Ces propriétés sont restées informelles.
L'objectif fondamental en 6ème année reste la description et le tracé de figures, donc la maîtrise des instruments de dessin et de mesure d'une part, et la maîtrise du vocabulaire géométrique et des symboles associés aux éléments géométriques de l'autre.
Les travaux géométriques seront l'occasion de mettre en place des situations déductives élémentaires s'appuyant sur les définitions (cercles, triangles particuliers, parallélisme, orthogonalité).
Les activités de reproduction et de construction de figures se présenteront comme:

- copie conforme d'une figure donnée;
- un dessin à partir d'une donnée littérale;
- un dessin à partir d'informations graphiques et numériques.

1. LOCALISATION ET REPÉRAGE (2 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Positions relatives de deux droites dans le plan.	1. Enoncer et utiliser les propriétés concernant le parallélisme et l'orthogonalité de droites. • Utiliser l'unicité de la perpendiculaire menée d'un point à une droite pour déterminer la distance de ce point à la droite. • Utiliser l'unicité de la perpendiculaire menée d'un point à une droite pour vérifier que trois points sont alignés. • Utiliser l'unicité de la parallèle menée d'un point à une droite pour vérifier que trois points sont alignés. • Appliquer le fait que deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.	Ces propriétés sont assez évidentes. Il ne s'agit nullement d'en faire la démonstration. Les dessins et les vérifications se feront aussi bien au moyen des instruments usuels qu'à l'aide de papier quadrillé et de papier calque. droite: (AB) segment: $[AB]$ de longueur AB demi-droite d'origine A: $[AX)$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser la propriété suivante: si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. • Reconnaître que deux droites parallèles à une même droite sont parallèles. • Savoir que deux droites dans le plan peuvent être concourantes, parallèles ou confondues. • Reconnaître trois droites concourantes.	
1.2. Positions relatives d'une droite et d'un cercle.	1. Déterminer la position d'une droite par rapport à un cercle en fonction de la distance du centre par rapport à cette droite. • Reconnaître le cercle comme étant la figure formée par les points situés à égale distance d'un point donné appelé centre. • Distinguer entre arc et corde. • Déterminer la position d'un point par rapport à un cercle. • Déterminer la distance du centre d'un cercle donné par rapport à une droite donnée. • Déterminer la position d'une droite par rapport à un cercle en fonction de la distance du centre à cette droite. • Tracer la tangente au cercle en un de ses points. • Utiliser les termes: tangente, sécante.	La théorisation de la relation entre la distance d'une droite au centre du cercle avec le rayon de ce cercle n'est pas exigée. Les exercices recommandés seront du type reproduction de figures. On pourra exiger des justifications pour certaines conclusions, mais non des démonstrations compliquées.

2. CORPS SOLIDES (3 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Patrons de solides.	1. Construire des solides à partir de patrons quelconques. 2. Différencier une sphère d'une boule. • Construire différents patrons d'un solide. • Distinguer entre l'intersection d'une sphère et d'un plan et celle d'une boule avec un plan.	Les acquis des classes précédentes sont encore fragiles. Pour les consolider, l'objectif principal cette année reste la reproduction, la description et la construction des objets de l'espace. Passer de l'objet à sa représentation est une activité fondamentale. La manipulation et la construction de solides conduiront à la réalisation de patrons et à des perspectives cavalières. Nous recommandons de profiter de l'apport d'outils informatiques et technologiques.

3. FIGURES PLANES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Angles adjacents. Angles opposés par le sommet.	1. Reconnaître et construire deux angles adjacents et deux angles opposés par le sommet. 2. Reconnaître l'égalité de deux angles opposés par le sommet et utiliser cette propriété. • Reconnaître deux angles adjacents. • Définir et reconnaître deux angles opposés par le sommet. • Construire un angle adjacent à un angle donné répondant à des conditions données. • Construire un angle opposé par le sommet à un angle donné. • Utiliser l'égalité de deux angles opposés par le sommet.	La distinction "secteur-angle" n'est plus en usage. En 5$^{\text{ième}}$ année, l'élève a appris à utiliser le rapporteur pour mesurer des angles. Cette année, il l'utilisera pour tracer un angle et construire sa bissectrice. Eviter la situation formelle d'angles adjacents, mais les retrouver dans une figure plus complexe.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Bissectrice d'un angle.	1. Reconnaître la bissectrice comme axe de symétrie d'un angle. • Reconnaître la bissectrice comme axe de symétrie d'un angle. • Construire la bissectrice d'un angle avec le rapporteur. • Construire la bissectrice d'un angle avec le compas. • Utiliser la propriété suivante: la bissectrice d'un angle le divise en deux angles égaux.	Utiliser la propriété de la bissectrice d'être axe de symétrie de l'angle est un bon départ. Il suffit de la constater par pliage.
3.3. Médiatrice d'un segment de droite.	1. Reconnaître la médiatrice comme axe de symétrie d'un segment. • Tracer à l'équerre et à la règle la médiatrice. • Utiliser le fait que tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance de ses extrémités. • Tracer à la règle et au compas la médiatrice d'un segment. • Reconnaître en la médiatrice d'un segment son axe de symétrie. • Trouver le milieu d'un segment avec le compas et la règle.	Multiplier les activités sur les positions des points par rapport à la médiatrice d'un segment $[AB]$ connaissant leurs distances à A et B. Ces activités préparent l'élève à la notion de régionnement du plan.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.4. Triangle: triangles particuliers, droites particulières dans un triangle, somme des angles d'un triangle.	1. Définir et construire les bissectrices, les hauteurs, les médiatrices et les médianes dans un triangle. 2. Connaître les triangles particuliers. 3. Savoir que la somme des angles d'un triangle est de 180°. • Tracer les trois bissectrices dans un triangle et savoir qu'elles sont concourantes. • Tracer les trois médiatrices dans un triangle et savoir qu'elles sont concourantes. • Tracer les trois hauteurs d'un triangle et savoir qu'elles sont concourantes. • Tracer les trois médianes d'un triangle et savoir qu'elles sont concourantes. • Déterminer le centre d'un cercle passant par trois points non alignés. • Identifier les triangles rectangle, isocèle et équilatéral, par les côtés et les angles. • Utiliser le vocabulaire: sommet principal et base (dans un triangle isocèle), hypoténuse et côtés de l'angle droit (dans un triangle rectangle). • Savoir que la somme des angles dans un triangle est de 180°. • Rapporter un angle avec le compas.	Le mot hauteur dans un triangle désignera, s'il n'y a pas ambiguïté: • la droite issue d'un sommet et perpendiculaire au côté opposé, • ou le segment de cette droite compris entre le sommet et le côté, • ou la longueur de ce dernier segment. Le contexte lui-même définira le sens à accorder à ce mot. Il en est de même des autres droites particulières dans un triangle. Calculer les angles d'une figure comportant des données suffisantes, en particulier calculer un angle dans un triangle connaissant les deux autres ou calculer la somme des angles d'un quadrilatère.

4. TRANSFORMATIONS (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Symétrie centrale.	1. Dessiner une figure symétrique d'un figure donnée.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Dessiner une figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un point donné. • Reconnaître la superposition de deux figures symétriques par rapport à un point donné.	
4.2. Etudes de figures à partir de leurs éléments de symétrie.	1. Etudier les propriétés des figures planes admettant un axe de symétrie ou un centre de symétrie. • Appliquer dans des problèmes les résultats suivants: - la médiatrice est un axe de symétrie d'un segment; - la bissectrice est un axe de symétrie d'un angle; - le diamètre est un axe de symétrie d'un cercle; - le triangle isocèle a un axe de symétrie; - le trapèze isocèle a un axe de symétrie; - le rectangle a les médiatrices des côtés pour axe de symétrie; - les diagonales du losange sont ses axes de symétrie; - le carré a quatre axes de symétrie; - le milieu d'un segment est son centre de symétrie; - le centre d'un cercle est son centre de symétrie; - le point de rencontre des diagonales d'un parallélogramme est son centre de symétrie. • Tracer le symétrique d'une figure par rapport à un axe de symétrie ou à un centre de symétrie. • Appliquer dans des problèmes le fait que deux figures symétriques sont superposables. • Caractériser un triangle isocèle et un triangle équilatéral par le nombre de leurs axes de symétrie.	

MESURE (20 h)

1. SURFACE (8 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Aire d'un parallélogramme, d'un triangle.	1. Calculer les aires d'un parallélogramme et d'un triangle à partir de formules. • Retrouver les formules donnant les aires du carré, du rectangle, du triangle rectangle, du triangle en général et du parallélogramme. • Calculer les aires de ces figures par l'application des formules. • Calculer l'aire d'un disque par l'application de la formule $S = \pi R^2$. • Calculer une aire comme somme ou différence d'aires. • Calculer une longueur dans une figure connaissant l'aire et l'autre longueur.	Des travaux de découpage et de recollage sont indispensables pour créer des images mentales permettant à l'élève de retrouver les formules d'aire du parallélogramme et du triangle quelconque à partir de celle du rectangle. La justification sur schéma viendra ultérieurement. Retrouver les dimensions d'une figure connaissant son aire est une activité formatrice à ce niveau.
1.2. Système métrique des unités d'aire.	1. Construire le système métrique des unités d'aire. • Construire une unité d'aire: mètre carré, centimètre carré, décimètre carré. • Etablir les relations entre les unités d'aires. • Utiliser le décamètre carré, l'hectomètre carré et le kilomètre carré. • Utiliser correctement les symboles des unités du système métrique d'aire. • Effectuer des conversions entre les aires de différentes unités.	On pourra utiliser l'are et l'hectare dans des situations pratiques. La mémorisation de l'équivalence entre ces unités et les unités métriques n'est pas exigible.

2. ANGLE (2 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Angles complémentaires, angles supplémentaires.	1. Reconnaître et trouver deux angles complémentaires, deux angles supplémentaires. • Connaître la valeur en degrés de l'angle plat, droit et nul. • Comparer deux angles. • Reconnaître l'angle aigu, l'angle obtus. • Calculer un angle comme somme ou différence de deux angles. • Reconnaître deux angles complémentaires. • Reconnaître deux angles supplémentaires. • Construire deux angles adjacents complémentaires. • Construire deux angles adjacents supplémentaires.	

3. VOLUME (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Calcul de volume: cube, parallélépipède rectangle, cylindre droit, boule.	1. Calculer les volumes des solides: cube, parallélépipède, rectangle, cylindre droit, boule. • Reconnaître le volume d'un solide. • Connaître les formules donnant les volumes de ces solides. • Calculer des volumes à partir des formules.	Des activités pratiques permettront à l'élève de faire la différence entre le volume intérieur d'un vase et son volume global.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Système métrique des unités de volume.	1. Construire le système métrique des unités de volume. • Construire une unité de volume: mètre cube, décimètre cube, centimètre cube. • Etablir les relations entre les unités de volume précédentes. • Utiliser le millimètre cube et les multiples du mètre cube. • Utiliser correctement les symboles des unités du système métrique de volume. • Savoir que le volume de 1 dm^3 est équivalent à la capacité de 1 ℓ.	

STATISTIQUE (5 h)

1. GESTION DE DONNÉES (5 h)

Une étude statistique correctement menée, une lecture de documents réels sont nos objectifs fondamentaux. Ce thème interdisciplinaire par son essence permettra le réinvestissement de connaissances empruntées à d'autres disciplines.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Lecture d'un diagramme circulaire.	1. Lire un diagramme circulaire. • Lire un diagramme circulaire. • Comparer des informations données sous forme de deux diagrammes circulaires. • Comparer un diagramme circulaire à un diagramme en bâtons ou par bandes. • Porter des informations sur un diagramme circulaire découpé en secteurs.	L'élève ne dispose pas encore des outils qui lui permettent de construire le diagramme circulaire.

CYCLE MOYEN

NEUVIEME ANNEE

ARITHMETIQUE ET ALGEBRE (70 h)

1. NOMBRES REELS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Nombres rationnels et irrationnels.	1. Savoir que, à l'opposition des nombres rationnels, un nombre irrationnel est un nombre dont la partie décimale est une suite illimitée non périodique, et par suite qu'il ne peut être représenté que par approximation. 2. Connaître quelques nombres irrationnels. • Utiliser la décomposition des entiers en facteurs premiers pour savoir si $\sqrt{n}$ est rationnel ou non. • Donner des exemples de nombres irrationnels comme étant des nombres dont la partie décimale est une suite illimitée non périodique. • Utiliser la calculatrice pour trouver une valeur approchée de $\sqrt{n}$ $(n > 0)$.	Aucune théorisation n'est demandée dans cette partie; toutes les notions proposées doivent être introduites d'une manière expérimentale. L'utilisation intelligente d'une calculatrice peut aider à la compréhension de ces notions.

2. OPERATIONS (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction.	1. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction numérique.	Cette technique peut aider les élèves à bien appréhender les propriétés des racines carrées, et en même temps elle constitue un champ d'application précieux pour les identités remarquables.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser la propriété $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ pour rendre rationnel le dénominateur d'une fraction s'il est de la forme $b\sqrt{a}$ (a et b étant rationnels). • Connaître la signification de termes conjugués et utiliser les conjugués pour rendre rationnel le dénominateur d'une fraction s'il est de la forme $x+y$ où x et/ou y sont irrationnels. • Utiliser ces techniques dans des calculs.	
2.2. Calcul sur les réels.	1. Effectuer les opérations de calcul sur les réels. • Additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres réels. • Elever un nombre réel à une puissance quelconque. • Insérer entre deux rationnels un troisième rationnel et en particulier un décimal.	On conseillera d'utiliser la calculatrice pour effectuer les calculs compliqués.

3. PROPORTIONNALITES (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Fonctions linéaires et proportionnalité.	1. Reconnaître une situation linéaire (ou de proportionnalité). 2. Connaître les différentes représentations de la linéarité. • Reconnaître deux suites proportionnelles à l'aide d'un tableau numérique. • Reconnaître une situation linéaire par l'expression algébrique $y = kx$.	Ce sujet est une synthèse de ce que les élèves ont déjà vu sur la proportionnalité. Il doit être traité soigneusement pour faire le lien avec le graphique. On conseille de produire une étude détaillée sur les positions des droites passant par l'origine en relation avec le coefficient k.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Représenter graphiquement une situation linéaire. • Passer d'une représentation à l'autre parmi les trois précédentes.	

4. EXPRESSIONS ALGEBRIQUES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Expressions algébriques comprenant des radicaux.	1. Développer et réduire des expressions algébriques comprenant des radicaux. 2. Réduire un radical. • Reconnaître parmi plusieurs radicaux ceux qui sont semblables. • Ecrire $\sqrt{x}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où x, a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible. • Savoir que $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. • Savoir que $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$; $a \geq 0$ et $b > 0$. • Factoriser des expressions algébriques en utilisant des radicaux.	Ce sujet est étroitement lié aux sujets 1.1 et 2.1. On utilisera les formules suivantes: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, et $\sqrt{a^2} = a$, a et b étant numériques ; $a \geq 0$ et $b > 0$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.2. Polynôme à une variable.	1. Connaître la signification du degré d'un polynôme à une variable. 2. Ordonner un polynôme à une variable. 3. Connaître la relation entre les degrés de deux polynômes et le degré de leur produit. 4. Calculer les valeurs d'un polynôme pour des valeurs particulières de sa variable. 5. Connaître la signification du zéro ou racine d'un polynôme. • Savoir qu'un polynôme à une variable est la somme de plusieurs monômes et reconnaître le degré d'un polynôme. • Réduire et ordonner un polynôme selon les degrés croissants ou décroissants de la variable. • Additionner deux polynômes à une même variable et connaître que le degré de la somme est plus petit ou égal au plus grand degré des deux polynômes. • Multiplier deux polynômes à une même variable et connaître que le degré du produit est égal à la somme des degrés des deux polynômes. • Savoir qu'un polynôme est identiquement nul dans le seul cas où tous ses cœfficients sont nuls. • Savoir que deux polynômes sont identiques dans le seul cas où ils ont même degré et mêmes cœfficients. • Trouver des valeurs particulières d'un polynôme. • Connaître la signification du zéro ou racine d'un polynôme.	Nous avons déjà utilisé les polynômes, sans les nommer, depuis la septième année. Les élèves connaissent déjà le calcul sur les polynômes en tant qu'expressions algébriques. Dans cette classe, la terminologie propre aux polynômes sera introduite. Il est conseillé d'utiliser des polynômes en x, en y, en t, etc. et de ne pas se limiter à la lettre x.

5. EQUATIONS ET INEQUATIONS (40 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Equation du type $\frac{ax+b}{cx+d}=0$.	1. Connaître le lien entre $\frac{a}{b}=0$ et $a=0\ (b\neq 0)$. 2. Résoudre des équations de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}=0$ où $P(x)$ et $Q(x)$ sont deux polynômes en x. • Savoir qu'une expression fractionnaire $\frac{P(x)}{Q(x)}$ n'est définie que pour $Q(x)\neq 0$ et savoir préciser les valeurs de x pour lesquelles cette situation a lieu. • Réduire une expression de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}$ où $P(x)$ et $Q(x)$ sont deux polynômes en x. • Savoir que $\frac{P(x)}{Q(x)}=0$ signifie que $P(x)=0$ et $Q(x)\neq 0$. • Résoudre des équations de la forme $\frac{P(x)}{Q(x)}=0$, où $P(x)$ est un polynôme en x factorisable.	Ce sujet est une préparation à la notion de domaine de définition des fonctions. Il constitue, en plus, une synthèse sur les expressions algébriques, les polynômes, la simplification, la factorisation et les équations. On utilisera la méthode de factorisation de $P(x)$ et $Q(x)$.
5.2. Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues.	1. Résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. 2. Organiser les données d'un problème, les traduire par un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, calculer ces deux inconnues et trouver la solution.	On habituera les élèves à résoudre de tels problèmes en organisant les données, en choisissant les inconnues, en traduisant les données en équations linéaires, en résolvant le système obtenu et en donnant la solution du problème initial.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître un système d'équations du premier degré à deux inconnues. • Vérifier qu'un couple donné est une solution ou non d'un système de deux équations à deux inconnues. • Résoudre un système d'équations par élimination d'une inconnue. • Résoudre un système d'équations par substituation. • Résoudre un système d'équations par comparaison. • Résoudre un problème à deux inconnues. • Effectuer un changement de variables convenable pour résoudre un système d'équations se ramenant à un système d'équations linéaires.	Les équations à coefficients littéraux sont hors programme.
5.3. Systèmes d'inéquations du premier degré à une inconnue.	1. Résoudre un système d'inéquations du premier degré à une inconnue à cœfficients numériques. 2. Organiser les données d'un problème, les traduire par un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue, résoudre ce système et trouver les solutions. • Vérifier qu'une ou plusieurs valeurs données sont des solutions d'un système d'inéquations linéaires. • Représenter les solutions sur l'axe numérique. • Savoir traduire une représentation graphique sur l'axe numérique en un système d'inéquations. • Résoudre un système d'inéquations du premier degré à une inconnue. • Résoudre un problème conduisant à un système d'inéquations.	On habituera les élèves à résoudre de tels problèmes en organisant ses données, en traduisant son énoncé en un système d'inéquations du premier degré à une inconnue , en résolvant le système et en interprétant la solution obtenue pour résoudre le problème initial.

GEOMETRIE (70 h)

1. LOCALISATION ET REPERAGE (35 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Tangentes et cercles.	1. Connaître et utiliser les propriétés issues de la configuration formée par un cercle et les tangentes issues d'un même point. • Définir la tangente à un cercle (C) de centre O au point A de (C) comme étant la perpendiculaire en A à (OA). • Connaître la position d'une droite par rapport à un cercle. • Connaître le nombre des tangentes menées par un point à un cercle selon la position de ce point par rapport au cercle. • Montrer que, si par un point hors d'un cercle on mène deux tangentes à ce cercle, alors la droite joignant ce point au centre du cercle est un axe de symétrie de la figure obtenue.	Avant d'apprendre la démonstration d'une propriété, les élèves doivent être capables de trouver (conjecturer) cette propriété (dernier théorème cité ici).
1.2. Lieux géométriques et constructions.	1. Rechercher le lieu géométrique des points vérifiant une propriété. 2. Construire les tangentes menées d'un point à un cercle. • Utiliser la translation pour trouver le lieu géométrique d'un point. • Utiliser l'homothétie pour trouver le lieu géométrique d'un point. • Utiliser la symétrie pour trouver le lieu géométrique d'un point. • Utiliser les lieux géométriques pour construire les tangentes menées par un point à un cercle.	On attachera une grande importance à la construction.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Représentation graphique d'une droite.	1. Tracer une droite définie par son équation. 2. Déterminer l'équation d'une droite définie par deux points. • Savoir que $y = ax + b$ est l'équation d'une droite non parallèle à $(y'y)$. • Savoir qu'un point appartient à une droite si ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite et réciproquement. • Connaître l'équation d'une droite parallèle à $(y'y)$. • Connaître l'équation d'une droite parallèle à $(x'x)$. • Savoir que l'équation d'une droite peut s'écrire sous la forme $ux + vy + w = 0$; et savoir passer de l'une des deux formes d'écriture à l'autre. • Trouver l'équation d'une droite passant par deux points distincts. • Tracer une droite dont on connaît l'équation . • Connaître l'interprétation de a et b dans l'équation $y = ax + b$. • Trouver l'équation d'une droite dont on connaît le cœfficient directeur et les coordonnées de l'un de ses points. • Connaître la relation entre la position d'une droite par rapport au repère et le signe de son cœfficient directeur. • Savoir calculer le cœfficient directeur d'une droite passant par deux points dont on donne les coordonnées (sans écrire son équation). • Connaître l'interprétation de la forme $y = ax$.	Il est vivement conseillé de montrer le lien avec la proportionnalité (voir fonction linéaire et proportionnalité).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.4. Propriétés analytiques du parallélisme et de l'orthogonalité de deux droites.	1. Connaître et utiliser la condition du parallélisme de deux droites. 2. Connaître et utiliser la condition d'orthogonalité de deux droites dans un repère orthonormé. • Savoir que deux droites ayant même cœfficient directeur sont parallèles. • Savoir que deux droites parallèles ont le même cœfficient directeur ou bien sont parallèles à l'un des axes des coordonnées. • Savoir que, dans un repère orthonormé, si le produit des cœfficients directeurs de deux droites est égal à -1, ces deux droites sont perpendiculaires. • Savoir que, dans un repère orthonormé, si deux droites sont perpendiculaires et si elles ne sont pas parallèles aux axes des coordonnées, alors le produit de leurs cœfficients directeurs est égal à -1. • Ecrire l'équation d'une droite passant par un point donné et parallèle à une droite dont l'équation est donnée. • Ecrire l'équation d'une droite passant par un point donné et perpendiculaire à une droite dont l'équation est donnée.	Ce sujet est une suite naturelle de la rubrique précédente. Il est conseillé de "combiner" la géométrie classique et la géométrie analytique.
1.5. Longueur d'un segment de droite dans un repère orthonormé.	1. Calculer dans un repère orthonormé la longueur d'un segment de droite et la distance de deux points. • Calculer la longueur d'un segment porté par une droite parallèle à $x'x$ et dont on connaît les coordonnées des extrémités.	Ce sujet est exploitable aussi dans la géométrie classique. On utilisera la formule $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$; (x_1, y_1) et (x_2, y_2) sont les coordonnées respectives des deux points.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer la longueur d'un segment porté par une droite parallèle à $y'y$ et dont on connaît les coordonnées des extrémités. • Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un segment porté par une droite non parallèle à l'un des axes des coordonnées. • Connaître et utiliser la formule concernant la distance entre deux points du plan rapporté à un repère orthonormé.	
1.6. Résolution graphique d'un système d'équations linéaires à deux inconnues.	1. Résoudre graphiquement un système d'équations du premier degré à deux inconnues. • Représenter graphiquement une équation du premier degré à deux inconnues. • Résoudre graphiquement un système de deux équations à deux inconnues. • Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites lorsqu'il existe et savoir interpréter le résultat comme solution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues. • Etudier le cas où deux droites sont parallèles et savoir interpréter le résultat sous forme d'un système de deux équations à deux inconnues sans solution. • Etudier le cas de deux équations admettant une infinité de solutions et savoir interpréter le résultat graphiquement. • Etudier le cas de deux droites confondues et interpréter le résultat comme solution de deux équations à une infinité de solutions.	Les systèmes d'équations dans le plan constituent un sujet riche en possibilités: on peut y combiner algèbre, géométrie classique, géométrie analytique et problèmes de la vie courante. De ce point de vue, ce sujet constitue une bonne synthèse. Déterminer, en particulier, l'intersection d'une droite avec les axes des coordonnées ou avec des droites qui leur sont parallèles.

2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Intersection d'une droite et d'un solide usuel.	1. Dessiner l'intersection d'une droite et d'un solide usuel. • Savoir tracer l'intersection d'une droite avec un pavé, un prisme droit, une pyramide, un cône, un cylindre et une sphère.	
2.2. Intersection d'un plan et d'un solide usuel.	1. Dessiner l'intersection d'un plan et d'un solide usuel. • Savoir que l'intersection d'une pyramide, d'un cylindre, d'un pavé, d'un prisme droit ou d'un cône avec un plan parallèle à la base est une figure semblable à la base. • Savoir que l'intersection d'un plan et d'une sphère est un cercle. • Calculer le volume d'un tronc de pyramide.	Aucune théorisation n'est demandée. On se contentera de reformuler des faits observés ou imaginés.

3. FIGURES PLANES (20 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Quadrilatères inscriptibles.	1. Connaître et utiliser les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un quadrilatère soit inscriptible. • Savoir que les angles opposés d'un quadrilatère inscriptible sont supplémentaires et réciproquement. • Savoir que les angles formés par deux côtés opposés et les diagonales d'un quadrilatère inscriptible sont égaux et réciproquement.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Théorème de Thalès.	1. Connaître et utiliser le théorème de Thalès relatif aux triangles, et sa réciproque. 2. Construire la quatrième proportionnelle. 3. Agrandir ou réduire une figure dans un rapport donné. • Savoir qu'une parallèle à un côté d'un triangle détermine, sur les autres côtés, des segments proportionnels. • Savoir que si une droite coupe deux côtés d'un triangle en des segments proportionnels, alors elle est parallèle au troisième côté. • Utiliser le théorème de Thalès dans la construction d'une quatrième proportionnelle. • Utiliser le théorème de Thalès pour agrandir ou réduire une figure dans un rapport donné.	Il est très important d'établir la liaison entre ce sujet et la proportionnalité. Utiliser cette propriété pour calculer des mesures dans un triangle.
3.3. Triangles semblables.	1. Connaître et appliquer les conditions de similitude de deux triangles. • Identifier deux triangles semblables par le fait qu'ils ont leurs angles respectivement égaux et les côtés opposés aux angles égaux respectivement proportionnels. • Caractériser deux triangles semblables par le fait qu'ils ont deux angles respectivement égaux. • Caractériser deux triangles semblables par le fait qu'ils ont un angle égal compris entre deux côtés respectivement proportionnels. • Caractériser deux triangles semblables par le fait qu'ils ont les trois côtés respectivement proportionnels. • Utiliser les triangles semblables pour établir des relations de longueur dans les triangles rectangles.	

4. TRANSFORMATIONS ET VECTEURS (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Vecteurs dans un plan.	1. Représenter la somme de deux vecteurs et utiliser les relations $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ et $\vec{AB}+\vec{AC}=\vec{AD}$ où D est le quatrième sommet du parallélogramme $ABDC$. 2. Trouver les composantes d'un vecteur $\vec{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B. • Savoir que deux vecteurs sont égaux s'ils ont même direction, même sens et même module. • Dessiner le point B obtenu à partir d'un point A par deux translations consécutives et savoir que B est le translaté de A par une translation unique et que son vecteur est la somme des vecteurs des deux translations. • Connaître et utiliser la relation $\vec{AB}+\vec{BC}=\vec{AC}$ ainsi que la relation $\vec{AB}+\vec{AC}=\vec{AD}$ où D est le 4ème sommet du parallélogramme $ABDC$. • Calculer les composantes d'un vecteur $\vec{AB}$ connaissant les coordonnées de A et de B.	On cherchera, en particulier, les coordonnées du milieu I d'un segment [AB] à partir de la formule $2\,\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.

5. TRIGONOMETRIE (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle.	1. Connaître et utiliser les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle. • Définir le cosinus d'un angle aigu $x\hat{O}y$ comme étant le rapport de OB sur OA où A est un point de $[Ox)$ et B est le projeté orthogonal de A sur $[Oy)$ et savoir que le cosinus de cet angle ne dépend pas du choix du point A. • Savoir que le cosinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1. • Définir le sinus d'un angle aigu $x\hat{O}y$ comme étant le rapport de AB sur OA où A est un point de $[Ox)$ et B est le projeté orthogonal de A sur $[Oy)$ et savoir que le sinus de cet angle ne dépend pas du choix du point A. • Savoir que le sinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1. • Trouver et appliquer la relation $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ quel que soit l'angle aigu α. • Définir la tangente d'un angle aigu $x\hat{O}y$ comme étant le rapport de AB sur OB où A est un point de $[Ox)$ et B est le projeté orthogonal de A sur $[Oy)$ et savoir que la tangente de cet angle ne dépend pas du choix du point A. • Montrer que la tangente d'un angle aigu est égale au rapport de son sinus sur son cosinus. • Utiliser les lignes trigonométriques (sinus, cosinus et tangente) dans des calculs.	Les lignes trigonométriques demandées doivent être étudiées uniquement dans un triangle rectangle.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser les lignes trigonométriques des angles usuels 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°. • Savoir que le coefficient directeur d'une droite dans un repère orthonormé n'est autre que la tangente de l'angle que fait cette droite avec l'axe des abscisses.	

STATISTIQUE (10 h)

1. GESTION DES DONNEES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Série statistique à une variable discrète: différentes représentations.	1. Etudier une série statistique à une variable discrète et la représenter par un tableau statistique et par des graphiques. 2. Lire et interpréter la représentation graphique d'une série statistique.	Ce sujet constitue une synthèse de tout ce que les élèves ont déjà vu dans les classes précédentes concernant la gestion des données.
1.2. Moyenne et moyenne pondérée.	1. Calculer la moyenne d'une série statistique à une variable discrète. 2. Calculer la moyenne pondérée d'une série statistique d'une variable discrète sachant que les données sont pondérées.	On peut trouver la moyenne en utilisant les effectifs ou les fréquences. On remarquera que la moyenne et la moyenne pondérée ne sont pas nécessairement des valeurs prises par la variable. On notera la moyenne par $\overline{X}$.

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

TROISIEME ANNEE
SERIE LETTRES ET HUMANITES

ALGEBRE (20 h)

1. FONDEMENTS (10 h)

L'objectif de cette partie du programme est double:

1. Expliciter la structure interne, engendrée par une loi de composition de quelques ensembles numériques, et dégager la notion de structure de groupe indépendamment du support.
2. Initier l'élève à la logique mathématique en utilisant l'outil de la *table de vérité,* outil simple et efficace.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Loi de composition interne.	1. Identifier une loi de composition interne. 2. Reconnaître les propriétés d'une loi de composition interne. 3. Reconnaître certains éléments particuliers. • Identifier une loi de composition interne sur un ensemble E comme une règle qui associe à tout couple $(x,y) \in E \times E$ un élément $z \in E$. • Identifier une loi de composition interne associative. • Identifier une loi de composition interne commutative. • Identifier un élément neutre pour une loi de composition interne. • Identifier l'élément symétrique d'un élément pour une loi de composition interne.	La notion de *loi de composition interne* sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre. On multipliera les exemples et les contre-exemples pour introduire et expliquer l'associativité et la commutativité d'une loi de composition interne ainsi que les notions d'*élément neutre* et d'*élément symétrique*. On évitera les notions d'*élément neutre à gauche* (resp. à droite), d'*élément symétrique à gauche* (resp.à droite) et celle d'*élément régulier*. L'introduction de ces notions n'a pas pour but l'étude des lois de composition en tant que telles, mais celui de bien formuler la définition d'un groupe. En outre, les exemples tirés de l'algèbre seront l'occasion de rappeler et de consolider certaines notions fondamentales de cette discipline.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Structure de groupe.	1. Définir un groupe. • Dégager la structure de l'ensemble des entiers muni de l'addition. • Identifier un groupe comme étant un ensemble muni d'une loi de composition interne qui vérifie certaines propriétés.	On donnera des exemples de groupes tirés de différentes disciplines (psychologie, épistémologie, etc.).
1.3. Eléments de calcul des propositions.	1. Identifier une proposition. 2. Reconnaître et utiliser les opérateurs logiques de base. 3. Utiliser la table de vérité. • Identifier une proposition comme étant une phrase déclarative. • Dresser la table de vérité d'une proposition. • Identifier la négation d'une proposition. • Identifier la conjonction de deux propositions. • Identifier la disjonction de deux propositions. • Identifier l'implication comme étant la proposition $(\neg P) \vee Q$. • Identifier l'équivalence comme étant la proposition $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$. • Identifier une tautologie comme étant une proposition qui est toujours vraie.	On donnera des exemples de phrases déclaratives et de phrases non déclaratives. On utilisera: les lettres V (pour vraie) et F (pour fausse) pour noter la valeur de vérité d'une proposition. $\neg P$ pour noter la négation d'une proposition P $P \wedge Q$ pour noter la conjonction $P \vee Q$ pour noter la disjonction $P \Rightarrow Q$ pour noter l'implication $P \Leftrightarrow Q$ pour noter l'équivalence. On vérifiera, en particulier, que les propositions suivantes sont des tautologies: $[P \wedge (P \Rightarrow Q)] \Rightarrow Q$ (principe de la déduction) $P \Leftrightarrow \neg(\neg P)$ $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ $[P \Rightarrow Q] \Leftrightarrow [(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)]$.

2. EQUATIONS ET INEQUATIONS (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Situations-problèmes se ramenant à la résolution d'équations et d'inéquations.	1. Analyser un problème et le mettre en équations et/ou inéquations. 2. Dégager les contraintes sur les solutions imposées par la situation étudiée. 3. Résoudre les équations et/ou les inéquations et vérifier la validité des solutions trouvées. • Choisir l'inconnue ou les inconnues. • Ecrire les équations, systèmes d'équations, inéquations ou systèmes d'inéquations que doivent vérifier les inconnues. • Résoudre les équations et/ou les inéquations. • Contrôler la pertinence des solutions.	Le but principal est d'amener l'élève à analyser une situation simple pour dégager le modèle mathématique qui permet de la résoudre. A cette occasion, l'élève révisera les méthodes de résolution d'équations et d'inéquations déjà apprises. On veillera à ne pas compliquer les cas étudiés afin de permettre à l'élève de se concentrer sur l'assimilation des différentes étapes du traitement d'un problème: mise en équations et/ou inéquations, résolution, contrôle et exploitation des résultats. Les situations étudiées seront choisies dans des disciplines diverses, notamment l'économie, la gestion et les sciences sociales.

ANALYSE (FONCTIONS NUMÉRIQUES) **(25 h)**

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (15 h)

Pour cette série, il est important d'aboutir, en complément des acquis des deux années précédentes, à une mathématique utilitaire et simple. D'où la nécessité d'envisager l'exploitation pratique de la mathématique sur le plan de l'information.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Fonctions rationnelles simples.	1. Etudier et représenter graphiquement des fonctions rationnelles simples. • Reconnaître une fonction rationnelle comme étant une fonction de la forme $x \mapsto f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ où P et Q sont des polynômes. • Déterminer le domaine de définition d'une fonction rationnelle. • Déterminer la parité d'une fonction rationnelle et l'exploiter. • Etudier le sens de variation d'une fonction rationnelle. • Calculer les limites aux bords du domaine de définition d'une fonction rationnelle. • Trouver les asymptotes verticales, horizontales. • Interpréter les limites graphiquement. • Vérifier qu'une droite donnée est une asymptote. • Représenter graphiquement une fonction rationnelle. • Résoudre graphiquement une équation de la forme $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = m$ où m est un réel.	Ce n'est qu'un prolongement des études de la fonction homographique accomplies en deuxième année secondaire. L'objectif essentiel est de fixer la méthode d'étude d'une fonction. On se limitera aux cas où le degré de $P(x)$ ne dépasse pas 2 et celui de $Q(x)$ ne dépasse pas 1.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Lecture graphique.	1. Lire un graphique et saisir les informations essentielles qui s'y trouvent présentées. 2. Utiliser la courbe représentative d'une fonction pour: • Retrouver à partir d'un graphique le domaine de définition de la fonction correspondante à ce graphique. • Déterminer les intervalles de croissance (resp. de décroissance) de la fonction correspondante. • Déterminer graphiquement les extrema et les caractériser. • Déterminer graphiquement les points de discontinuité. • Dégager les limites si elles existent. • Localiser graphiquement les valeurs: de $f(x)$ pour x donné et de x pour $f(x)$ donné. • Résoudre graphiquement des inéquations de la forme: $f(x) \geq m$ (resp $\leq$) pour m réel donné. • Comparer f et g sur un intervalle donné où g est une fonction de référence pour un x donné.	C'est presque la démarche inverse de celle de l'étude. Il est préférable de commencer par un graphe déjà construit. Les applications les plus importantes sont celles des fonctions statistiques, économiques et polygones de fréquences cumulées.
1.3. Croissance exponentielle et fonction exponentielle.	1. Calculer a^x pour a réel positif dans les deux cas $a > 1$ et $0 < a < 1$. 2. Connaître et utiliser les propriétés: $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $(a^x)^y = a^{x.y}$. • Représenter graphiquement, point par point la fonction: $x \rightarrow a^x$ pour a réel positif donné.	On se servira d'une calculatrice; il est possible d'en utiliser une qui fournit les graphes. Cet apprentissage se fera par la pratique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Lire graphiquement la variation de la fonction $x \mapsto a^x$ selon a. • Comparer graphiquement les deux fonctions: $x \mapsto x^n$ où n est un entier positif et $x \mapsto a^x$ où a est un réel positif.	

2. MODELES MATHEMATIQUES POUR L'ECONOMIE ET LES SCIENCES SOCIALES (10 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Intérêt simple, intérêt composé.	1. Calculer l'intérêt simple ou l'intérêt composé rapporté par un capital placé à un taux donné pendant une durée donnée. 2. Retrouver un élément parmi les quatre éléments concernés par le calcul d'intérêt connaissant les trois autres. • Connaître la terminologie: capital, intérêt simple, intérêt composé, taux d'intérêt, période de placement, valeur actuelle, valeur acquise. • Connaître et appliquer la relation liant: le capital, le taux, la durée et l'intérêt. • Connaître et appliquer la formule liant: la valeur acquise, le capital, le taux d'intérêt et la durée. • Connaître et utiliser les formules d'annuité.	C'est ici le domaine d'utilisation de la calculatrice autour des notions déjà acquises sur les suites géométriques. Il est souhaitable que les élèves parviennent à résoudre des problèmes courants simples.

STATISTIQUE ET PROBABILITE (15 h)

1. STATISTIQUE (10 h)

Le vocabulaire statistique, les représentations graphiques d'une série statistique à variable discrète et continue, ainsi que les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable discrète, ont été acquises en première et deuxième année secondaire. Elles vont être mises en œuvre au cours de cette année pour étudier les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable continue. Ces notions serviront à interpréter certaines données d'un problème concret et à développer de nouvelles conclusions.

Il est fortement conseillé d'utiliser la calculatrice pour effectuer les opérations nécessaires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable (continue ou discrète).	1. Calculer les caractéristiques de position et de dispersion et savoir les interpréter. • Reconnaître la classe médiane. • Reconnaître la (les) classe (s) modale (s). • Identifier et calculer analytiquement et graphiquement (s'il y a lieu) la médiane et le (s) mode (s). • Identifier et déterminer l'étendue. • Identifier et calculer: la moyenne, l'écart-moyen, la variance et l'écart-type. • Comparer et interpréter deux séries statistiques de même moyenne et d'écart-types différents.	Une modification du groupement peut changer les valeurs de la médiane, du (des) mode (s) et de la moyenne. L'appartenance de la médiane (respectivement du mode) à la classe médiane (resp. modale) doit être mise en évidence. On fera remarquer que la variance est plus grande ou égale à zéro. On fera remarquer, de même, que l'existence des valeurs aberrantes (isolées) risquerait de rendre non représentative la valeur de la moyenne. On a alors intérêt à étudier la médiane. Dans le cas d'une distribution fortement symétrique, on a intérêt à choisir la médiane comme valeur centrale.

2. PROBABILITE (5 h)

Les notions élémentaires de calcul des probabilités et les formules intuitives acquises en deuxième année secondaire serviront de base pour l'étude des variables aléatoires. La manipulation des événements et les probabilités conditionnelles et totales seront appliquées à des situations réelles, tirées du vécu.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Probabilité conditionnelle: définition, indépendance de deux événements.	1. Définir et calculer la probabilité d'un événement A, sachant qu'un événement B est réalisé. 2. Définir deux événements indépendants. • Calculer $P_B(A)$ par la formule: $P_B(A) = P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$. • Calculer $P(A \cap B)$ par la formule: $P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B) = P(B/A) \times P(A)$ A et B étant deux événements non impossibles. • Reconnaître deux événements A et B indépendants par le fait que $P(A/B) = P(A)$.	On fera remarquer que si un événement $B \subset \Omega$ est réalisé, alors l'univers nouveau se réduit à B. On introduira la notion de probabilité conditionnelle à partir des considérations intuitives, puis on passera à l'application de la formule qui sera admise. Le calcul de la probabilité conditionnelle se fera uniquement par l'application de la formule. On fera remarquer que si A et B sont indépendants, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. On effectuera le changement de cadre ($B \subset \Omega$) à partir du concret d'une façon numérique, graphique et par comparaison. On mettra en relief l'importance de cette notion dans les cas d'information partielle ou d'information nulle. On multipliera les exemples concrets pour distinguer entre événements indépendants et événements incompatibles.

TROISIEME ANNEE
SERIE SOCIOLOGIE ET ECONOMIE

ALGEBRE (25 h)

1. FONDEMENTS (8 h)

L'objectif de cette partie du programme est d'expliciter la structure interne, engendrée par une loi de composition de quelques ensembles numériques, et de dégager la notion de structure de groupe indépendamment du support.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Loi de composition interne.	1. Identifier une loi de composition interne. 2. Reconnaître les propriétés d'une loi de composition interne. 3. Reconnaître certains éléments particuliers. • Identifier une loi de composition interne sur un ensemble E comme une règle qui associe à tout couple $(x, y) \in E \times E$ un élément $z \in E$. • Identifier une loi de composition interne associative. • Identifier une loi de composition interne commutative. • Identifier un élément neutre pour une loi de composition interne. • Identifier l'élément symétrique d'un élément pour une loi de composition interne.	La notion de *loi de composition interne* sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre. On multipliera les exemples et les contre-exemples pour introduire et expliquer l'associativité et la commutativité d'une loi de composition interne ainsi que les notions d'*élément neutre* et d'*élément symétrique*. On évitera les notions d'*élément neutre à gauche* (resp. à droite), d'*élément symétrique à gauche* (resp.à droite) et celle d'*élément régulier*. L'introduction de ces notions n'a pas pour but l'étude des lois de composition en tant que telles, mais celui de bien formuler la définition d'un groupe. En outre, les exemples tirés de l'algèbre seront l'occasion de rappeler et de consolider certaines notions fondamentales de cette discipline.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Structure de groupe.	1. Définir un groupe. • Identifier un groupe comme étant un ensemble muni d'une loi de composition interne qui vérifie certaines propriétés. • Vérifier que l'ensemble des entiers relatifs et celui des nombres réels sont des groupes pour l'addition et que l'ensemble des nombres réels non nuls est un groupe pour la mutiplication.	On donnera des exemples de groupes tirés de différentes disciplines. On dégagera la structure de l'ensemble des entiers muni de l'addition.

2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL (7 h)

Au cours de la deuxième année secondaire, les élèves ont abordé le sujet du dénombrement à travers le calcul des arrangements. Ces activités se poursuivent en troisième année. Un nouvel outil, les combinaisons, se présente comme indispensable dans ce domaine.

Les activités prennent appui sur deux axes:

1. Les ensembles finis: point de départ pour présenter les différents concepts et formules.
2. Les situations de la vie courante: champ d'application assez vaste qui servira, particulièrement, au calcul des probabilités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Combinaisons: définition, notation, formule du binôme.	1. Identifier une combinaison d'éléments d'un ensemble fini. 2. Calculer le nombre des combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. 3. Construire le triangle de Pascal. 4. Connaître et utiliser la formule du binôme.	L'objectif étant de déterminer, dans une situation donnée, le nombre des issues, l'élève apprendra à traduire, s'il y a lieu, quelques éléments d'un problème en langage de combinaisons. On veillera alors à ce que l'élève distingue les notions d'arrangements et de combinaisons. La formule donnant C_n^p sera admise.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Identifier une combinaison de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$ comme une partie de cet ensemble formée de p éléments. • Déterminer, dans des cas simples, toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. • Connaître et utiliser la formule donnant le nombre C_n^p de toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. • Modéliser des situations par des combinaisons. • Connaître et utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$. • Construire le triangle de Pascal. • Connaître et utiliser la formule du binôme pour développer $(a+b)^n$.	Le triangle de Pascal sera construit dans le but d'utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$, de trouver le développement de $(a+b)^n$ $(2 \leq n \leq 5)$, et de mettre en évidence les termes de C_n^p qui y apparaissent. Toutes les formules seront admises sans démonstration.

3. EQUATIONS ET INEQUATIONS (10 h)

L'élève sait déjà résoudre des systèmes linéaires (2x2) et (3x3). L'objectif principal de cette partie du programme est de lui apprendre une méthode générale (méthode de Gauss) pour résoudre un système linéaire quelconque, quitte à se limiter dans les exemples et les exercices à des systèmes $m \times n$ où m et n ne dépassent pas quatre. Un autre objectif de cette partie est de montrer à l'élève quelques applications des systèmes linéaires à l'économie. La méthode de Gauss présente un autre intérêt, celui d'offrir à l'élève l'exemple d'une méthode de solution algorithmique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Système d'équations linéaires $(m \times n)$: définition, opérations élémentaires sur les lignes, méthode de Gauss.	1. Identifier un système linéaire $(m \times n)$. 2. Echelonner un système linéaire $(m \times n)$ par application successive d'opérations élémentaires. 3. Résoudre un système linéaire $(m \times n)$ par la méthode de Gauss. • Reconnaître une solution d'un système linéaire. • Reconnaître deux systèmes linéaires équivalents. • Appliquer une opération élémentaire sur les équations d'un système linéaire et savoir qu'elle le transforme en un système équivalent. • Résoudre un système linéaire échelonné. • Traduire un problème d'offre et de demande en un système linéaire.	On multipliera l'étude des systèmes non carrés afin de familiariser l'élève avec le cas général d'un système linéaire. On pourra noter: $L_i \leftrightarrow L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à échanger entre elles la $i^{\text{ème}}$ équation et la $j^{\text{ème}}$ équation. $L_i \leftarrow \alpha L_i$ l'opération élémentaire qui consiste à multiplier la $i^{\text{ème}}$ équation par le scalaire $\alpha(\alpha \neq 0)$. $L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à remplacer la $i^{\text{ème}}$ équation par la somme de cette équation multipliée par a et de la $j^{\text{ème}}$ équation multipliée par $\beta(\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0)$. On pourra donner une formulation simple du problème d'entrée-sortie (Input-Output) en utilisant les systèmes linéaires. Les systèmes linéaires considérés seront principalement à coefficients numériques. On pourra considérer des systèmes linéaires pouvant comporter dans les seconds membres un paramètre au plus.

ANALYSE (FONCTIONS NUMÉRIQUES) (60 h)

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (20 h)

Les objectifs ci-dessous mentionnés seront abordés exclusivement à partir d'activités. La recherche de l'asymptote oblique est hors du programme.
L'élève a déjà, en première et deuxième années secondaires, étudié une fonction dans le cas général et il a pris contact avec la notion d'asymptote. Cette année, il approfondira l'étude des fonctions et des asymptotes et découvrira la fonction réciproque ainsi que de nouvelles fonctions logarithmiques, exponentielles et puissances.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Fonctions rationnelles.	1. Etudier et représenter graphiquement des fonctions rationnelles simples. • Reconnaître une fonction rationnelle comme étant une fonction de la forme $x \mapsto f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ où P et Q sont des polynômes. • Déterminer le domaine de définition d'une fonction rationnelle. • Déterminer la parité d'une fonction rationnelle et l'exploiter. • Etudier le sens de variation d'une fonction rationnelle. • Calculer les limites aux bords du domaine de définition d'une fonction rationnelle. • Trouver les asymptotes verticales, horizontales. • Interpréter les limites graphiquement. • Vérifier qu'une droite donnée est une asymptote. • Représenter graphiquement une fonction rationnelle. • Résoudre graphiquement une équation de la forme $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = m$ où m est un réel.	On se limitera aux cas où les degrés de P et Q ne dépassent pas deux. La recherche d'une asymptote oblique ne fait pas partie du programme.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Fonction réciproque.	1. Déterminer la fonction composée de deux fonctions données. 2. Caractériser les fonctions possédant une fonction réciproque. 3. Comparer graphiquement les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque. • Reconnaître et calculer la fonction composée de deux fonctions. • Reconnaître la fonction réciproque f^{-1} d'une fonction f continue et strictement monotone. • Savoir que la fonction réciproque f^{-1} de f n'existe que si f est continue et strictement monotone. • Déterminer le domaine de définition d'une fonction réciproque. • Savoir qu'une fonction et sa réciproque ont le même sens de variation. • Calculer, si c'est possible, l'expression explicite de la fonction réciproque. • Savoir que les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la première bissectrice du repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.	On donnera des exemples de fonctions n'admettant pas de réciproque. On ne demandera l'expression explicite de la fonction réciproque que dans des cas simples.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.3. Fonction logarithme népérien. Fonction logarithme à base a.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien *ln*. 2. Dériver des fonctions de la forme $ln(u)$ et calculer les primitives des fonctions de la forme $\frac{u'}{u}$ où u est une fonction. 3. Connaître la relation qui lie la fonction *ln* à la fonction logarithme à base a ($a > 0$ et $a \neq 1$) et en déduire les propriétés de cette dernière. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction logarithme népérien: a et b sont deux réels strictement positifs $ln(ab) = lna + lnb$ $ln\left(\frac{a}{b}\right) = lna - lnb$ $ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}lna$. • Caractériser le nombre e.	On notera: *ln* le logarithme népérien, log_a le logarithme à base a, *log* le logarithme décimal. On fera, en exercice, l'étude et la représentation graphique de la fonction log_a dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. Toutes les formules, les propriétés et les limites seront admises.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître les limites suivantes: $\lim\limits_{x\to 0^+} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{lnx}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} xlnx$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(1+x)}{x}$. • Reconnaître la dérivée de lnu où u est fonction de x et une primitive de $\frac{u'}{u}$ avec $u \neq 0$. • Connaître que $log_a(x) = \frac{lnx}{lna}$ avec $a > 0$, $a \neq 1$. • Connaître que la fonction log_a est strictement croissante pour $a > 1$ et strictement décroissante pour $0 < a < 1$. • Résoudre des équations et des inéquations où intervient la fonction logarithme.	
1.4. Fonctions exponentielles.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base e. 2. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base a. 3. Etudier la fonction puissance $x \mapsto x^{\alpha}$. 4. Comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^{\alpha}$. • Reconnaître la fonction exponentielle à base e comme étant la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.	Les propriétés algébriques et les limites usuelles des fonctions exponentielle népérienne, exponentielle à base a et puissance seront admises. On fera l'étude et la représentation graphique de la fonction $x \mapsto a^x$ dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. On investira les limites déjà calculées pour comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^{\alpha}$. On vérifiera que cette définition de $x \mapsto x^{\alpha}$ coïncide avec la définition de $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbf{Z}$ dans le cas où $x > 0$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction exponentielle à base e. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction exponentielle à base e: $e^{x+y} = e^x . e^y$, $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$, $(e^x)^y = e^{x.y}$. • Reconnaître les limites suivantes: • $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \lvert x\rvert e^x$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x}$. • Reconnaître la dérivée de la fonction e^u et une primitive de $u'e^u$ où u est une fonction de x. • Savoir que $a^b = e^{blna}$ où $a > 0$ $a \neq 1$. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction $x \mapsto a^x$. • Savoir que la fonction puissance: $x \mapsto x^\alpha$, où $\alpha \in \mathbf{R}$, n'est définie que si $x > 0$. • Reconnaître la variation et la courbe représentative de la fonction puissance. • Reconnaître les limites suivantes: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{lnx}{x^\alpha}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x^\alpha lnx$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \lvert x\rvert^\alpha e^x$ $(\alpha > 0)$. • Résoudre des équations et des inéquations faisant intervenir les fonctions logarithme et exponentielle.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.5. Suites numériques. Suites géométriques: limites.	1. Identifier une suite de réels définie par la donnée de son terme général ou par une relation de récurrence. 2. Caractériser une suite croissante, décroissante, majorée et minorée. 3. Différencier les limites de u_n et s_n pour une suite géométrique selon la valeur de la raison. • Reconnaître une suite numérique. • Calculer les premiers termes d'une suite numérique. • Etudier la variation d'une suite numérique. • Savoir qu'une suite géométrique (u_n) de raison q où $\|q\| <$ 1 admet "0" comme limite. • Savoir que $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = a \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$ où a est le premier terme et q la raison. • Reconnaître la limite de S_n quand $n \to +\infty$ et $\|q\| < 1$, et l'utiliser.	On examinera le cas $\|q\| > 1$. Dans cette série, on exploitera cette notion dans des calculs économiques.

2. CONTINUITE ET DERIVATION (5 h)

La notion de dérivée ainsi que les règles de dérivation ont étés acquises en deuxième année secondaire. Il s'agit cette année de les investir dans le calcul des limites, le calcul intégral, pour déterminer la nature des extrema et dans l'étude de fonctions économiques et sociales.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Dérivation des fonctions composées.	1. Dériver une fonction composée. • Reconnaître et utiliser la dérivée d'une fonction composée en un point. • Reconnaître et utiliser la dérivée de la composée de deux fonctions sur un intervalle. • Calculer la dérivée de la fonction réciproque en un point par la formule $\left[f^{-1}\right]'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$, avec $y_0 = f(x_0)$. • Reconnaître la dérivée d'une fonction réciproque sur un intervalle.	On admettra la formule qui donne la dérivée de la fonction composée.
2.2. Dérivée seconde.	1. Calculer la dérivée seconde d'une fonction • Calculer la dérivée seconde d'une fonction en un point et sur un intervalle. • Utiliser la dérivée seconde pour déterminer la nature d'un extremum. • Calculer la dérivée seconde de la fonction réciproque en un point. • Appliquer la dérivée seconde aux problèmes d'optimisation.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Règle de l'Hôpital.	1. Utiliser la règle de l'Hôpital dans la recherche des limites. • Utiliser la règle de l'Hôpital pour calculer des limites.	La règle de l'Hôpital sera admise. On pourra appliquer la règle de l'Hôpital dans les cas des formes indéterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$.

3. INTEGRATION (10 h)

Le calcul des aires, des volumes et des longueurs a fait l'objet des recherches des mathématiciens au cours des siècles et trouve enfin sa formulation théorique au moyen du calcul intégral. Plusieurs problèmes de physique et d'économie trouvent aussi leur solution au moyen de ce calcul. Il ne s'agit donc pas de donner un cours purement théorique sur le calcul intégral, mais un moyen efficace pour résoudre des problèmes réels. Ainsi le calcul approché de l'intégrale d'une fonction dont il est difficile de trouver une primitive s'affirme comme activité.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Intégrale: définition, propriétés, calcul.	1. Définir l'intégrale d'une fonction *f* continue sur un intervalle $[a,b]$. 2. Interpréter graphiquement l'intégrale de *f* sur $[a,b]$. 3. Utiliser les propriétés de l'intégrale. 4. Calculer une intégrale. 5. Appliquer l'intégrale au calcul des aires, des fonctions économiques. • Reconnaître l'intégrale d'une fonction continue *f* sur l'intervalle fermé $[a, b]$ comme étant le réel $F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de *f* sur $[a, b]$. • Utiliser la lecture inverse des formules de dérivation.	L'utilisation des sommes de Riemann pour définir l'intégrale est déconseillée. Le symbole $\int_a^b f(x)dx$ se lit : somme de *a* à *b* de $f(x)dx$. On notera que $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de *f* sur $[a, b]$. On fera remarquer que la variable est "muette" dans l'intégrale, c'est-à-dire que $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser la méthode d'intégration par parties. • f étant une fonction continue sur un intervalle I, a et b des éléments de I ($a < b$). • Connaître et utiliser les propriétés suivantes de l'intégrale: (P$_1$) $\int_a^a f(t)dt = 0$; $\int_a^b f(t)dt = -\int_b^a f(t)dt$. (P$_2$) $\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$ où $c \in I$ (relation de Chasles). (P$_3$) $\int_a^b [\alpha f(t) + \beta g(t)]dt = \alpha\int_a^b f(t)dt + \beta\int_a^b g(t)dt$; $(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2$ (linéarité). (P$_4$) Si $f(x) \geq 0$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$. (P$_5$) Si en plus g est une fonction continue sur $[a, b]$ tels que $f(x) \geq g(x)$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$. (P$_6$) Soit a un réel strictement positif et f continue sur $[-a, +a]$: - Si f est paire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 2\int_0^{+a} f(x)dx$ - Si f est impaire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 0$.	On fera remarquer que dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$, la variable x prend toutes les valeurs entre a et b. Toutes les propriétés seront admises.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser la valeur moyenne d'une fonction continue sur $[a, b]$ comme étant $f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt$. • Utiliser l'intégrale pour calculer des aires. • Utiliser l'intégrale pour les fonctions totales, les fonctions de répartition et les fonctions d'épargne.	

4. EQUATIONS DIFFERENTIELLES (10 h)

L'étude des équations différentielles étant très large, il convient de la limiter à celles mentionnées dans ce qui suit et à leurs applications en économie et en sciences sociales. On modélisera des problèmes réels en donnant des conditions initiales aux équations différentielles; ce qui permet de vérifier leur intérêt pratique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Définition.	1. Identifier une équation différentielle et déterminer son ordre. • Identifier une équation différentielle. • Identifier le vocabulaire associé à une équation différentielle (ordre, coefficient, équation avec second membre, équation sans second membre, conditions initiales). • Distinguer entre une solution particulière et une solution générale. • Définir une solution implicite, explicite.	On donnera des notes succinctes sur le développement historique des équations différentielles. On mettra en valeur le rôle des équations différentielles dans la modélisation de problèmes économiques et sociologiques, ainsi que le rôle joué par les conditions initiales dans la détermination de solutions convenables. On fera remarquer qu'une solution générale est en réalité une famille de solutions.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.2. Equations à variables séparables.	1. Identifier et résoudre une équation à variables séparables. • Reconnaître une équation différentielle à variables séparables. • Résoudre une équation à variables séparables. • Modéliser et résoudre quelques problèmes réels d'économie et de sociologie.	On donnera des exemples et des contre-exemples des équations à variables séparables. Le travail sera harmonisé avec les concepts économiques et sociologiques acquis.
4.3. Equations linéaires du premier ordre à coefficients constants.	1. Identifier et résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants. • Identifier une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants. • Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec ou sans second membre. • Modéliser et résoudre des problèmes réels relevant du domaine de l'économie et de la sociologie par des problèmes à valeurs initiales.	On donnera des exemples et des contre-exemples d'équations linéaires du premier ordre à coefficients constants. Pour la résolution d'une telle équation, on pourra utiliser la méthode consistant à passer par l'équation caractéristique. Dans le cas où le second membre de l'équation est non constant, on donnera des indications pour trouver une solution particulière. On fera remarquer que toute équation linéaire sans second membre ou possédant un second membre constant peut être ramenée à une équation à variables séparables.
4.4. Equations aux différences finies.	1. Identifier et résoudre une équation aux différences finies à coefficients constants du premier ordre. 2. Résoudre quelques équations aux différences finies à coefficients constants du second ordre. • Identifier une équation aux différences finies. • Identifier le vocabulaire associé à une équation aux différences finies (ordre, coefficient, terme, homogène, non-homogène).	Pour les équations du second ordre avec second membre, on se limitera à des cas simples et on donnera des indications pour trouver une solution particulière. On donnera des exemples tirés de l'économie et de la sociologie. On investira ici les connaissances de l'élève sur les suites numériques et la fonction exponentielle.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Etablir la relation avec les suites géométriques et arithmétiques. • Calculer quelques termes de l'équation aux différences finies et rechercher le terme général. • Résoudre des équations aux différences finies linéaires homogènes du 1° et 2° ordre à coefficients constants avec ou sans conditions initiales. • Déterminer l'équation caractéristique associée à une équation aux différences finies. • Savoir que la somme des deux solutions est aussi une solution. • Savoir que le produit d'une solution par un nombre réel est aussi une solution.	On envisagera exclusivement les cas où les racines de l'équation caractéristique sont réelles. Les théorèmes seront admis.

5. MODÈLES MATHÉMATIQUES POUR L'ÉCONOMIE ET LES SCIENCES SOCIALES (15 h)

Les élèves retrouveront sous ce thème le vocabulaire économique et social quantifié et traité mathématiquement. Il sera utile de procéder souvent à un traitement graphique de l'information en multipliant les exemples.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
5.1. Fonctions de l'économie et des sciences sociales.	1. Savoir utiliser quelques fonctions usuelles de l'économie et des sciences sociales. • Reconnaître et calculer le profit, le revenu, le coût, la perte, l'utilité, la dépréciation et le niveau de production. • Reconnaître et calculer la demande et l'offre, l'élasticité de la demande et l'équilibre du marché.	Le traitement de ces notions doit être mathématico-économique avec interprétation graphique. On se limitera aux modèles économiques faisant intervenir des fonctions connues.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître et calculer les caractéristiques suivantes des fonctions économiques: taux, moyennes, marginaux, maximum et minimum.	
5.2. Mathématiques financières.	1. Connaître et utiliser les formules usuelles des mathématiques financières. • Connaître la terminologie: capital, intérêt simple, intérêt composé, taux d'intérêt, période de placement, valeur actuelle, valeur acquise. • Connaître et appliquer la relation liant: le capital, le taux, la durée et l'intérêt. • Connaître et appliquer la formule liant la valeur acquise, le capital, le taux et la durée. • Connaître et utiliser les formules d'annuité.	C'est le domaine d'utilisation réel de la calculatrice autour des notions déjà acquises: suite géométrique, logarithme. Il est souhaitable que les élèves parviennent à résoudre des problèmes courants simples.

STATISTIQUE ET PROBABILITE (35 h)

1. STATISTIQUE (15 h)

Le vocabulaire statistique, les représentations graphiques d'une série statistique à variable discrète et continue ainsi que les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable discrète ont été acquises en première et deuxième année secondaire. Elles vont être mises en œuvre au cours de cette année pour étudier les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable continue et investir cette étude dans l'interprétation des liens entre deux séries statistiques afin d'utiliser la statistique dans un problème concret où intervient la prévision. Ces notions serviront à interpréter certains faits d'un problème concret et à développer de nouvelles conclusions.
Il est fortement conseillé d'utiliser la calculatrice pour effectuer les opérations nécessaires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable (continue ou discrète).	1. Calculer les caractéristiques de position et de dispersion et en connaître l'interprétation. • Reconnaître la classe médiane. • Reconnaître la (les) classe (s) modale (s). • Identifier et calculer analytiquement et graphiquement (s'il y a lieu) la médiane et le (s) mode (s). • Identifier et déterminer l'étendue. • Identifier et calculer: la moyenne, l'écart-moyen, la variance et l'écart-type. • Comparer et interpréter deux séries statistiques de même moyenne et d'écart-types différents.	Une modification du groupement peut changer les valeurs de la médiane, du (des) mode (s) et de la moyenne. L'appartenance de la médiane (respectivement du mode) à la classe médiane (resp. modale) doit être mise en relief. On fera remarquer, que la variance est plus grande ou égale à zéro. On fera remarquer, de même, que l'existence des valeurs aberrantes (isolées) risquerait de rendre non représentative la valeur de la moyenne. On a alors intérêt à étudier la médiane. Dans le cas d'une distribution fortement symétrique, on a intérêt à choisir la médiane comme valeur centrale.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Série statistique à deux variables: introduction, nuage de points, point moyen.	1. Représenter graphiquement une série statistique à deux variables et déterminer le point moyen du nuage de points. • Savoir qu'une série statistique à deux variables est composée de deux séries statistiques à une variable définies sur une même population. • Reconnaître et construire le nuage de points (diagramme de dispersion) de la série statistique à deux variables. • Reconnaître le point moyen et le représenter.	L'étude d'une série statistique à deux variables sera l'occasion de rappeler les caractéristiques d'une série statistique à une variable. On notera que les deux séries statistiques sont à variable quantitative et que les données sont non groupées (les valeurs égales sont répétées).
1.3. Covariance de deux variables, coefficient de corrélation linéaire.	1. Calculer la covariance de deux variables statistiques et le coefficient de corrélation et interpréter ce dernier. • Identifier et calculer la covariance de deux variables. • Identifier et calculer le coefficient de corrélation linéaire. • Donner la signification du coefficient de corrélation.	On fera remarquer que l'analyse de la corrélation contribue à la compréhension du comportement économique. Elle permet aux opérants d'estimer les coûts, les ventes ou les prix en se basant sur une étude fonctionnelle.
1.4. Ajustement linéaire et droites de régression.	1. Calculer les coefficients des deux droites de régression et les représenter graphiquement. 2. Constater, d'après la position relative des droites de régression, si les deux variables sont fortement corrélées. • Déterminer les deux droites de régression par la méthode des moindres carrés. • Représenter graphiquement les deux droites de régression. • Reconnaître le coefficient de corrélation linéaire comme indicateur de liaison (signe économique de corrélation).	On confondra l'ajustement linéaire et l'ajustement affine. On admettra la méthode des moindres carrés et les formules donnant les droites de régression et le coefficient de corrélation. On notera: Cov la covariance r le coefficient de corrélation G le point moyen $D_{y/x}$ la droite de régression de y en x $D_{x/y}$ la droite de régression de x en y.

2. PROBABILITE (20 h)

Les notions élémentaires de calcul des probabilités et les formules intuitives acquises en deuxième année secondaire serviront de base à l'étude des variables aléatoires. La manipulation des événements et les probabilités conditionnelles et totales seront appliquées à des situations réelles, tirées du vécu.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Probabilité conditionnelle: définition, indépendance de deux événements.	1. Définir et calculer la probabilité d'un événement A, sachant qu'un événement B est réalisé. 2. Définir deux événements indépendants. • Calculer $P_B(A)$ par la formule: $P_B(A) = P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$. • Calculer $P(A \cap B)$ par la formule: $P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B) = P(B/A) \times P(A)$ A et B étant deux événements non impossibles. • Reconnaître deux événements A et B indépendants par le fait que $P(A/B) = P(A)$.	On fera remarquer que si un événement $B \subset \Omega$ est réalisé, alors l'univers nouveau se réduit à B. On introduira la notion de probabilité conditionnelle à partir des considérations intuitives, puis on passera à l'application de la formule qui sera admise. Le calcul de la probabilité conditionnelle se fera uniquement par l'application de la formule. On fera remarquer que si A et B sont indépendants, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. On effectuera le changement de cadre ($B \subset \Omega$) à partir du concret d'une façon numérique, graphique et par comparaison. On mettra en relief l'importance de cette notion dans les cas d'information partielle ou d'information nulle. On multipliera les exemples concrets pour distinguer entre événements indépendants et événements incompatibles.
2.2. Formule des probabilités totales.	1. Reconnaître la formule des probabilités totales. • Reconnaître un système fondamental d'événements (partition). $\Omega = \cup B_i \ / \ B_i \cap B_j = \varnothing , i \neq j$. • Savoir que si un $A \subset \Omega$, alors : $A = \cup(A \cap B_k) \quad k = 1, 2, 3, 4$.	On fera remarquer que, dans une même épreuve, les B_i peuvent changer. On se limitera à un système fondamental à quatre parties au plus.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser la formule : $P(A) = \sum_i P(B_i) \times P(A / B_i)$ où B_i est un système fondamental d'événement.	
2.3. Variable aléatoire réelle, loi de probabilité associée, fonction de répartition. Caractéristiques.	1. Définir une variable aléatoire réelle associée à une épreuve aléatoire. 2. Caractériser et représenter graphiquement une fonction de répartition. 3. Reconnaître les caractéristiques d'une variable aléatoire. • Identifier une variable aléatoire. • Reconnaître l'ensemble Ω_X des valeurs possibles d'une variable aléatoire X. • Définir une loi de probabilité en déterminant les valeurs de la variable X et les probabilités attachées à chaque valeur. • Déterminer la fonction de répartition F à une variable aléatoire. • Représenter la fonction F. • Interpréter graphiquement $F(a)$ pour a constante réelle. • Connaître et calculer l'espérance mathématique de X. • Reconnaître et calculer la variance de X. • Identifier et calculer l'écart-type de X. • Interpréter les deux caractéristiques: espérance mathématique et écart-type.	La variable aléatoire doit être discrète; on ne traitera pas la variable aléatoire continue. (Ω_X est un ensemble fini). On mentionnera que la fonction de répartition est une manière de définir une variable aléatoire et qu'elle sera plus claire pour les questions du type: au moins, au plus, entre a et b. On représentera la loi de probabilité d'une valeur aléatoire dans un tableau. On insistera sur le lien entre les mêmes notions étudiées en statistique et en probabilité et sur leur signification pratique.

TROISIEME ANNEE
SERIES SCIENCES GENERALES

ALGEBRE (60 h)

1. FONDEMENTS (15 h)

L'objectif de cette partie du programme est double :

1. Expliciter la structure interne, engendrée par une loi de composition, de quelques ensembles de la géométrie et de l'algèbre et dégager la notion de structure de groupe indépendamment du support.
2. Initier l'élève à la logique en utilisant l'outil de *table de vérité*, outil simple et efficace.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Loi de composition interne.	1. Identifier une loi de composition interne. 2. Reconnaître les propriétés d'une loi de composition interne. 3. Reconnaître certains éléments particuliers. • Identifier une loi de composition interne sur un ensemble E comme une règle qui associe à tout couple $(x,y)\in E\times E$ un élément $z\in E$. • Reconnaître une loi de composition interne associative. • Reconnaître une loi de composition interne commutative. • Reconnaître un élément neutre pour une loi de composition interne. • Reconnaître l'élément symétrique d'un élément pour une loi de composition interne.	La notion de *loi de composition interne* sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie. On multipliera les exemples et les contre-exemples pour introduire et expliquer l'associativité et la commutativité d'une loi de composition interne ainsi que les notions d'*élément neutre* et d'*élément symétrique*. On évitera les notions d'*élément neutre à gauche* (resp. à droite), d'*élément symétrique à gauche* (resp.à droite) et celle d'*élément régulier*. L'introduction de ces notions n'a pas pour but l'étude des lois de composition en tant que telles, mais celui de bien formuler la définition d'un groupe. En outre, les exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie seront l'occasion de rappeler et consolider certaines notions fondamentales de ces deux disciplines.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Structure de groupe.	1. Définir un groupe et donner des exemples de groupes. • Identifier un groupe. • Identifier un groupe abélien. • Donner des exemples de groupes abéliens et de groupes non abéliens.	La notion de groupe sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie. On veillera à donner des exemples de groupes abéliens et de groupes non abéliens.
1.3. Eléments de calcul de propositions.	1. Identifier une proposition. 2. Définir et utiliser les opérateurs logiques de base. 3. Utiliser la table de vérité. • Identifier une proposition comme une phrase déclarative. • Dresser la table de vérité d'une proposition. • Identifier la négation d'une proposition. • Identifier la conjonction de deux propositions. • Identifier la disjonction de deux propositions. • Identifier l'implication comme étant la proposition $(\neg P) \vee Q$. • Identifier l'équivalence comme étant la proposition $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$. • Identifier une tautologie comme étant une proposition qui est toujours vraie.	On donnera des exemples de phrases déclaratives et de phrases non déclaratives. On utilisera les lettres : V (pour vraie) et F (pour fausse) pour noter la valeur de vérité d'une proposition. $\neg P$ pour noter la négation d'une proposition P. $P \wedge Q$ pour noter la conjonction. $P \vee Q$ pour noter la disjonction. $P \Rightarrow Q$ pour noter l'implication. $P \Leftrightarrow Q$ pour noter l'équivalence. On vérifiera, en particulier, que les propositions suivantes sont des tautologies : $[P \wedge (P \Rightarrow Q)] \Rightarrow Q$ (principe de la déduction). $P \Leftrightarrow \neg(\neg P)$ $[(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)] \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ $[P \Rightarrow Q] \Leftrightarrow [(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)]$

2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL (10 h)

Au cours de la deuxième année secondaire, les élèves ont abordé le sujet du dénombrement à travers le calcul des arrangements. Ces activités se poursuivent en troisième année. Un nouvel outil, les combinaisons, se présente comme un moyen indispensable dans ce domaine.

Les activités prennent appui sur deux axes :

1. Les ensembles finis: point de départ pour présenter les différents concepts et formules.
2. Les situations de la vie courante : champ d'application assez vaste qui servira, particulièrement, au calcul des probabilités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Combinaisons : définition, notation, formule du binôme, triangle de Pascal.	1. Identifier une combinaison d'éléments d'un ensemble fini. 2. Calculer le nombre des combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. 3. Construire le triangle de Pascal. 4. Connaître et utiliser la formule du binôme. • Identifier une combinaison de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$ comme une partie de cette ensemble formée de p éléments. • Déterminer, dans des cas simples, toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. • Connaître et utiliser la formule donnant le nombre C_n^p de toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. • Modéliser des situations par des combinaisons. • Connaître et utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$. • Construire le triangle de Pascal. • Connaître et utiliser la formule du binôme pour développer $(a+b)^n$.	L'objectif étant de déterminer, dans une situation donnée, le nombre des issues, l'élève apprendra à traduire, s'il y a lieu, quelques éléments d'un problème en langage de combinaisons. On veillera alors à ce que l'élève distingue les notions d'arrangements et de combinaisons. La formule donnant C_n^p sera facilement établie à partir de celle qui donne A_n^p. La relation $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ pourra être démontrée par un calcul direct. Le triangle de Pascal sera construit dans le but d'utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$, de trouver le développement de $(a+b)^n$, et de mettre en évidence les termes de C_n^p qui y apparaissent . La formule du binôme pourra être utilisée pour trouver le nombre des parties d'un ensemble fini. Son application à des nombres réels et complexes pourra établir des relations et initier l'élève à faire des raisonnements mathématiques poussés (à titre d'exemple, calculer la partie réelle et la partie imaginaire de $(1+i)^n$).

3. EQUATIONS ET INEQUATIONS (10 h)

L'élève sait déjà résoudre des systèmes linéaires (2X2) et (3X3). L'objectif principal de cette partie du programme est de lui apprendre une méthode générale (méthode de Gauss) pour résoudre un système linéaire quelconque, quitte à se limiter dans les exemples et les exercices à des systèmes $(m \times n)$ où m et n ne dépassent pas quatre. Cette méthode présente un autre intérêt: elle offre à l'élève l'exemple d'une méthode de solution algorithmique.
Il est à noter que l'introduction des nombres complexes avait pour but la résolution de l'équation du second degré de la forme $x^2+1=0$. Cette année, grâce aux nombres complexes, l'élève apprendra que toute équation du second degré admet des solutions.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Système d'équations linéaires $(m \times n)$: définition, opérations élémentaires sur les lignes, méthode de Gauss.	1. Identifier un système linéaire $(m \times n)$. 2. Echelonner un système linéaire $(m \times n)$ par application successive d'opérations élémentaires. 3. Résoudre un système linéaire $(m \times n)$ par la méthode de Gauss. • Reconnaître une solution d'un système linéaire. • Reconnaître deux systèmes linéaires équivalents. • Reconnaître qu'un système linéaire admet : une solution unique, ou une infinité de solutions, ou aucune solution. • Appliquer une opération élémentaire sur les équations d'un système linéaire et savoir qu'elle le transforme en un système équivalent. • Résoudre un système linéaire échelonné.	Les systèmes linéaires considérés sont numériques. On multipliera l'étude des systèmes non carrés afin de familiariser l'élève avec le cas général d'un système linéaire. On pourra noter les opérations élémentaires : $L_i \leftrightarrow L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à échanger entre elles la $i^{\text{ème}}$ équation et la $j^{\text{ème}}$ équation. $L_i \leftarrow \alpha L_i$ l'opération élémentaire qui consiste à multiplier la $i^{\text{ème}}$ équation par le scalaire α ($\alpha \neq 0$). $L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à remplacer la $i^{\text{ème}}$ équation par la somme de cette équation multipliée par α et de la $j^{\text{ème}}$ équation multipliée par β ($\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$). On s'attachera à multiplier les exemples empruntés à d'autres disciplines.
3.2. Equation du second degré à coefficients complexes.	1. Résoudre une équation du second degré à coefficients complexes. 2. Décomposer un trinôme complexe du second degré.	On insistera sur le fait que l'élargissement du système des nombres réels au système des nombres complexes a permis de résoudre toute équation du second degré à coefficients réels ou complexes.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer les racines carrées d'un nombre complexe. • Résoudre une équation du second degré à coefficients complexes en utilisant les formules classiques. • Décomposer un trinôme du second degré à coefficients complexes en produits de facteurs linéaires. • Résoudre une équation du second degré à coefficients réels dont le discriminant est négatif.	On insistera sur le fait que le processus qui consiste à élargir un système de nombres à un autre pour permettre la résolution d'une classe d'équations, s'arrête sur **C** grâce au théorème fondamental de l'algèbre. On ne manquera pas de faire remarquer que les racines d'une équation du second degré à coefficients réels et discriminant négatif sont conjuguées l'une de l'autre.

4. NOMBRES (25 h)

Les élèves ont déjà fait connaissance avec les nombres complexes et leur représentation géométrique. Cette année, ils entreprennent l'étude approfondie de ces nombres et de leurs applications. Le travail proposé s'articule sur trois axes :

- Introduction des formes trigonométrique et exponentielle du nombre complexe et exploitation des propriétés relatives aux modules et arguments qui en découlent.
- Utilisation des nombres complexes pour établir des relations et résoudre des problèmes de nature trigonométrique.
- Utilisation des nombres complexes afin d'élaborer des méthodes et résoudre des problèmes de nature géométrique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Module et argument d'un nombre complexe. Propriétés.	1. Calculer et interpréter géométriquement le module et l'argument d'un nombre complexe. 2. Connaître et utiliser les formules relatives aux modules et arguments des nombres complexes. • Calculer le module d'un nombre complexe écrit sous forme algébrique.	L'élève est déjà familiarisé avec le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe. • Connaître et utiliser les propriétés suivantes relatives aux modules des nombres complexes : $\|z\| \geq 0$ $\|z\| \in \mathbf{R}$ et $\|z\| \geq 0$ $\|z\| \in \mathbf{R}$ et $[\ \|z\| = 0] \Leftrightarrow [z = 0]$ $\|z\| = \|-z\| = \|\bar{z}\|$; $\|z\|^2 = z\bar{z}$; $\|zz'\| = \|z\|\|z'\|$; $\|z^n\| = \|z\|^n$ où $n \in \mathbf{N}$; $\left\|\frac{1}{z}\right\| = \frac{1}{\|z\|}$; $\left\|\frac{z}{z'}\right\| = \frac{\|z\|}{\|z'\|}$ où $z' \neq 0$; $\|z + z'\| \leq \|z\| + \|z'\|$; $\|z - z'\| \leq \|z\| + \|z'\|$. • Calculer l'argument d'un nombre complexe non nul écrit sous forme algébrique. • Interpréter géométriquement l'argument d'un nombre complexe non nul. • Connaître et utiliser les propriétés relatives aux arguments des nombres non nuls : $arg(-z) = \pi + arg(z)\ \ (2\pi)$; $arg(\bar{z}) = -arg(z)\ \ (2\pi)$; $arg(zz') = arg(z) + arg(z')\ \ (2\pi)$; $arg(z^n) = n\,arg(z)\ \ (2\pi)$; $arg\left(\frac{1}{z}\right) = -arg(z)\ \ (2\pi)$; $arg\left(\frac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z')\ \ (2\pi)$.	Il est conseillé de définir géométriquement le module d'un nombre complexe z comme étant la distance OA où A est le point d'affixe z, et son argument comme étant l'angle $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right)$, puis chercher à écrire les formules permettant de les calculer. On insistera sur le fait que l'argument d'un nombre complexe est défini à $2k\pi$ près. On évitera de définir l'argument par sa détermination principale (notée $Arg(z)$), une telle limitation alourdissant considérablement les formules ainsi que la résolution des équations complexes. On utilisera les notations (2π) ou mod 2π pour exprimer que l'argument est défini à $2k\pi$ près. Les relations $$OA = \|z_A\| \text{ et } \left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right) = arg(z_A)\ \ (2\pi)$$ forment les éléments de base pour toutes les interprétations géométriques qui vont suivre. Il importe alors d'entraîner les élèves à représenter géométriquement les nombres complexes afin de fixer le lien entre les notions de module et d'argument, d'une part, et leurs aspects géométriques, d'autre part. L'élève aura intérêt, particulièrement, à se former une image mentale de quelques nombres complexes simples tels que 1, i, -1, $-i$, $2i$, $-3i$, $1 + i$, etc. Cette activité, conduisant l'élève à lire mentalement le module et l'argument d'un nombre complexe, est hautement formatrice.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
		Les formules relatives aux modules et aux arguments pourront être démontrées directement, en exercices pour quelques-unes ou géométriquement pour d'autres. On caractérisera, en particulier, les nombres réels par leur argument: 0 modulo π, et les nombres imaginaires purs par leur argument $\frac{\pi}{2}$ modulo π.
4.2. Formes trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe.	1. Ecrire un nombre complexe sous la forme trigonométrique. 2. Ecrire un nombre complexe sous la forme exponentielle. 3. Passer d'une forme d'un nombre complexe à une autre. • Ecrire un nombre complexe z non nul, donné en forme algébrique, sous la forme trigonométrique $z = r(\cos\theta + i\,sin\theta)$ où r, θ sont des réels et $r > 0$. • Ecrire un nombre complexe non nul, donné en forme trigonométrique, sous la forme algébrique. • Utiliser la notation $e^{i\theta} = \cos\theta + i\,sin\theta$. • Ecrire un nombre complexe non nul z, donné en forme trigonométrique, sous la forme exponentielle : $z = r\,e^{-i\theta}$. • Ecrire un nombre complexe non nul, donné en forme exponentielle, sous la forme trigonométrique.	Le passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique, ainsi que le passage réciproque, sont presque immédiats. Seule l'introduction de la notation exponentielle pourra poser problème. Toute justification de l'écriture $e^{i\theta} = \cos\theta + i\,sin\theta$ ne fera que compliquer la situation. Aussi insistera-t-on sur le côté conventionnel de cette notation. On demandera à l'élève de vérifier sa compatibilité avec les propriétés relatives à la multiplication et à la division des nombres complexes : $e^{i\theta}e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ et $\frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$. On ne manquera pas de mentionner l'unicité de l'écriture trigonométrique d'un nombre complexe donné. Par ailleurs, cette écriture aidera à : • Simplifier des expressions complexes. • Résoudre des équations dans **C** pratiquement non résolubles à travers la forme algébrique. • Déterminer les racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe. • Déterminer les lignes trigonométriques de quelques arcs tels que : $\frac{\pi}{5};\frac{\pi}{10};\frac{\pi}{12}$ etc.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.3. Interprétation géométrique de l'addition, de la multiplication des nombres complexes et du passage au conjugué.	1. Interpréter géométriquement le passage au conjugué. 2. Interpréter géométriquement l'addition de deux nombres complexes. 3. Interpréter géométriquement la multiplication de deux nombres complexes. Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, A et B sont deux points du plan d'affixes respectifs z_A et z_B, z et z' sont deux nombres complexes. • Construire le point d'affixe $-z$ à partir de celui d'affixe z. • Construire le vecteur d'affixe $-z$ à partir de celui d'affixe z. • Construire le point d'affixe $\overline{z}$ à partir de celui d'affixe z. • Savoir que le vecteur d'affixe $z + z'$ est la somme des vecteurs d'affixes z et z'. • Construire le vecteur d'affixe $z + z'$ à partir des vecteurs d'affixes z et z'. • Utiliser une rotation et une homothétie de centre O pour construire le vecteur d'affixe zz' à partir des vecteurs d'affixes z et z'. • Savoir que l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le nombre complexe $z_B - z_A$. • Savoir que $AB = \lvert z_B - z_A \rvert$.	Les activités géométriques sur les complexes fourniront des occasions formatrices très précieuses. En particulier, elles développeront chez l'élève la capacité de : • Vérifier le résultat d'un calcul complexe. • Elaborer un calcul (complexe) mental. • Résoudre géométriquement un problème sur les complexes. • Utiliser les nombres complexes pour résoudre un problème de géométrie.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.4. Formule de Moivre. Applications.	1. Connaître et utiliser la formule de Moivre. 2. Linéariser des polynômes trigonométriques simples. • Connaître et utiliser les formules $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$. • Calculer $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin\theta$. • Linéariser $\cos^n\theta$, $\sin^n\theta$ et $\cos^m\theta.\sin^n\theta$.	La formule de Moivre sera présentée sous sa forme trigonométrique $\left[r(\cos\theta + i\sin\theta)\right]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ et sous sa forme exponentielle $\left(re^{i\theta}\right)^n = r^n e^{in\theta}$. Les égalités $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$ serviront à linéariser des expressions de la forme $\cos^n\theta$, $\sin^n\theta$ et $\cos^m\theta.\sin^n\theta$ où m et n sont des entiers. On se limitera dans les applications à des valeurs de m et n ne dépassant pas 6.
4.5. Racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe, représentation géométrique des racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité.	1. Définir et calculer les racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe. 2. Représenter géométriquement les racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité. • Reconnaître une racine $n^{\text{ème}}$ d'un nombre complexe z. • Calculer les racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe. • Savoir que les points qui représentent les racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité sont les sommets d'un polygone régulier.	L'élève sait déjà calculer, algébriquement, les deux racines carrées d'un nombre complexe. L'écriture exponentielle (ou trigonométrique) fournira un outil très pratique pour calculer les racines $n^{\text{èmes}}$ d'un tel nombre. La répartition régulière, sur le cercle trigonométrique, des n racines $n^{\text{èmes}}$ de l'unité est presque immédiate. On amènera l'élève à remarquer que la somme de ces racines est nulle : par voie géométrique (somme vectorielle) ou par le calcul (on utilisera la formule $1 + z + \cdots + z^{n-1} = \frac{1-z^n}{1-z}$), $z \neq 1$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.6. Interprétation géométrique de $arg\frac{z-a}{z-b}$ et de $\left\|\frac{z-a}{z-b}\right\|$. Applications.	1. Interpréter géométriquement $arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right)$ et $\left\|\frac{z-a}{z-b}\right\|$. 2. Utiliser cette interprétation pour l'étude des configurations d'alignement et d'orthogonalité. *A, B* et *M* étant les points du plan d'affixes respectifs *a, b* et *z*, distincts deux à deux. • Connaître et utiliser la relation $\left\|\frac{z-a}{z-b}\right\| = \frac{MA}{MB}$. • Déterminer, géométriquement et par le calcul, l'ensemble des points *M* du plan tels que $\left\|\frac{z-a}{z-b}\right\| = k$ où *k* est une constante réelle. • Connaître et utiliser la relation $arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = \left(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}\right) \quad (2\pi)$. • Savoir que les points *A, B, M* sont alignés si et seulement si $arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = 0 \quad (\pi)$. • Savoir que les droites *(AM)* et *(BM)* sont orthogonales si, et seulement si, $arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = \frac{\pi}{2} \quad (\pi)$. • Déterminer, géométriquement, l'ensemble des points *M* du plan tels que $arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = \alpha \quad (2\pi)$ où α est un réel.	Les applications géométriques des calculs élaborés sur les complexes sont considérables. Des égalités comme $(z-a) = u(z-b)$, où *a, b, z* et *u* sont des complexes, permettent de comparer des distances et des directions, et par là, d'étudier la nature de quelques figures géométriques. Les activités aideront à étudier, en plus de l'alignement et de l'orthogonalité, la cocyclicité de quatre points du plan. Ces activités doivent aboutir à la traduction des transformations géométriques du plan (rotation, translation, homothétie et similitude) en des applications de **C** dans **C** et, réciproquement, à reconnaître l'effet géométrique de quelques applications complexes particulières.

GEOMETRIE (90 h)

1. ETUDE CLASSIQUE (20 h)

Les coniques étaient connues chez les Grecs comme étant les courbes obtenues en découpant un double cône par un plan d'où le nom de "sections coniques". Deux de ces coniques, la parabole et l'hyperbole, ont déjà été abordées en première et deuxième années secondaires comme courbes représentatives des fonctions f définies par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$. Cette année, leur étude aura deux aspects entre lesquels on fera souvent un aller-retour :

- aspect géométrique, à partir d'une définition commune par foyer, directrice et excentricité.
- aspect algébrique, comme courbe du second degré ou courbes représentatives des équations du second degré dans un plan muni d'un système adéquat d'axes de coordonnées.

On utilisera les mathématiques des sections coniques pour décrire le trajet des planètes, comètes (Halley, Bob, ...), satellites et d'autres corps (électrons par exemple) en mouvement.

La parabole, l'hyperbole et l'ellipse ont des propriétés de réflexion très importantes dans leur application en science. Les surfaces paraboliques, elliptiques et hyperboliques sont utilisées dans de nombreuses réalisations techniques ou expérimentales (miroirs de projecteurs, antennes paraboliques, télescopes, galeries à écho, fours solaires, phares des voitures, ...).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Coniques : Définition, foyer, directrice, excentricité, axe focal.	1. Définir une conique par foyer, directrice et excentricité. 2. Définir l'axe focal comme axe de symétrie. • Reconnaître une conique de foyer F, de directrice (D) et d'excentricité e, où e est un réel strictement positif. • Différencier une parabole, une hyperbole et une ellipse suivant les valeurs de e. • Reconnaître l'axe focal d'une conique. • Reconnaître le paramètre p d'une conique. • Reconnaître le(s) sommet(s) d'une conique comme étant le(s) point(s) d'intersection de cette conique avec l'axe focal.	Une conique de foyer le point F, de directrice la droite (D) et d'excentricité le réel e pourra être notée $\mathcal{C}\ (F,\ D, e)$. L'excentricité e d'une conique est définie par $e = \dfrac{MF}{d(M,D)}$ où M est un point quelconque de la conique et $d(M, D)$ est la distance de M à (D).

<table>
<tr><th>CONTENU</th><th>OBJECTIFS</th><th>COMMENTAIRES</th></tr>
<tr><td></td><td>• Savoir que l'axe focal d'une conique est un axe de symétrie de cette conique.</td><td>Il est à remarquer que le point d'intersection M d'une parabole $\mathcal{C}$ $(F, D, 1)$ avec une droite parallèle à l'axe focal et coupant (D) en H est un point de la médiatrice de $[FH]$. On pourra investir cette propriété pour la construction d'une parabole point par point.</td></tr>
<tr><td>1.2. Equation d'une conique, sommets, centre, éléments de symétrie, équation réduite.</td><td>1. Trouver l'équation d'une conique dans un repère adéquat.
2. Différencier la parabole et les coniques à centre avec leurs éléments de symétrie, les sommets et les équations réduites.
3. Déterminer les éléments d'une conique connaissant son équation réduite.
4. Déterminer l'aire du domaine limité par une ellipse.

Dans tout ce qui suit, on notera par M un point quelconque de la conique, (D) sa directrice, F son foyer, K et H les projetés orthogonaux respectifs de F et M sur (D).

• Savoir que $y^2 = 2px$ est l'équation réduite d'une parabole dans le repère othonormé $(S, \vec{i}, \vec{j})$ où S est le sommet, p la distance de F à (D) et $\vec{i} = \dfrac{\overrightarrow{SF}}{\lvert \overrightarrow{SF} \rvert}$.
• Déterminer le foyer et la directrice d'une parabole connaissant son équation $y^2 = 2px$ (ou $y^2 = -2px$) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.</td><td>L'élève sait déjà que dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$ est une parabole de sommet $S(\dfrac{-b}{2a}, \dfrac{4ac-b^2}{4a})$ et que son équation réduite dans le repère $(S, \vec{i}, \vec{j})$ est $Y = aX^2$. Il est impératif de faire le lien avec l'équation réduite $x^2 = 2py$ afin de déterminer le paramètre, le foyer et la directrice.
Une parabole définie par son équation réduite $y^2 = 2px$ pourra être considérée comme la réunion des courbes représentatives des fonctions :
$x \longrightarrow \sqrt{2px}$ et $x \longrightarrow -\sqrt{2px}$.
On pourra utiliser la dérivée pour déterminer l'équation de la tangente en un point de la parabole.
On définira, à partir d'une activité, la normale en un point d'une parabole, la sous-tangente, la sous-normale et on dégagera les propriétés suivantes :
- le milieu de la sous-tangente est le sommet d'une parabole.
- la longueur d'une sous-normale est constante et égale au paramètre.</td></tr>
</table>

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Déterminer le foyer, la directrice, et le paramètre d'une parabole d'équation : $y = ax^2 + bx + c$ ou $x = ay^2 + by + c$; $a \neq 0$. • Déterminer l'équation de la tangente en un point M à une parabole. • Savoir que la tangente en un point M à une parabole est la médiatrice de $[FH]$. • Savoir que la tangente en un point M à une parabole est une bissectrice de l'angle $\widehat{FMH}$. • Savoir que $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$ est l'équation réduite d'une ellipse ou d'une hyperbole dans le repère othonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où O est le milieu du segment déterminé par les sommets sur l'axe focal A_1 et A_2, $a = OA_1 = OA_2$, $c = OF$ et $\vec{i} = \frac{\overrightarrow{OF}}{\lVert OF \rVert}$. • Savoir qu'une ellipse (ou une hyperbole) admet : - deux axes de symétrie; - un centre de symétrie appelé centre de la conique; - deux foyers F_1 et F_2 et deux directrices (D_1) et (D_2) correspondantes. • Déterminer les foyers, les directrices et l'axe focal d'une ellipse (ou une hyperbole) connaissant son équation réduite. • Savoir qu'une ellipse est l'ensemble des points du plan dont la somme des distances à deux points fixes est une constante.	On pourra dégager, à partir d'une activité, une autre définition de la parabole $\mathcal{C}(F,D,1)$ comme ensemble des centres des cercles passant par F et tangents à (D). La section d'un miroir parabolique par un plan contenant son axe est une parabole. L'utilisation des surfaces paraboliques a un grand intérêt grâce à la propriété géométrique : "Tout rayon parallèle à l'axe focal est réfléchi selon un rayon passant par le foyer". Le point O, milieu du segment déterminé par les sommets A_1 et A_2 sur l'axe focal de l'ellipse ou de l'hyperbole, est un centre de symétrie; d'où le nom "coniques à centre". En plus de l'axe focal, un deuxième axe de symétrie de ces coniques est la médiatrice de $[A_1 A_2]$; il est appelé axe non focal. Les points d'intersection de l'ellipse avec son axe non focal sont appelés aussi "sommets". On distinguera alors entre sommets sur l'axe focal et sommets sur l'axe non focal. Il est à noter que toute conique à centre admet deux paires de foyers et directrices associés. Ainsi, la conique $\mathcal{C}(F_1, D_1, e)$ peut être notée aussi $\mathcal{C}(F_2, D_2, e)$. La distance F_1F_2 sera nommée distance focale. Une ellipse (ou hyperbole) définie par son équation réduite $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (ou $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$) pourra être considérée comme la réunion des courbes représentatives des fonctions : $x \longrightarrow +\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ et $x \longrightarrow -\frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$ (ou $x \longrightarrow +\frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$ et $x \longrightarrow -\frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître le cercle principal et le cercle secondaire d'une ellipse (ou d'une hyperbole). • Reconnaître une hyperbole équilatère. • Déterminer les asymptotes d'une hyperbole. • Connaître et utiliser l'équation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes. • Savoir qu'une hyperbole est l'ensemble des points du plan dont la différence des distances à deux points fixes est une constante. • Reconnaître une ellipse définie par des équations paramétriques. • Déterminer les équations de la tangente et de la normale à une ellipse connaissant ses équations paramétriques. • Déterminer l'aire du domaine limité par une ellipse par la projection d'un cercle sur un plan ou par affinité orthogonale.	On déterminera à partir d'une activité l'équation de la tangente en un point d'une ellipse (hyperbole). Le terme "grand axe" désignera le segment $[A_1 A_2]$ ou sa longueur. On fera remarquer que la définition d'une conique par foyer, directrice et excentricité $e > 0$, ne classe pas le cercle parmi les coniques. Celui-ci est pourtant une section plane d'un cône circulaire, et aussi une courbe représentée par une équation du second degré. Les équations paramétriques d'une ellipse utilisées cette année sont : $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi[$ On déterminera les asymptotes d'une hyperbole, alors que l'équation rapportée aux asymptotes sera dégagée à partir d'une activité dans le cas d'une hyperbole équilatère et sera admise dans le cas général .
1.3. Courbes du second degré.	1. Déterminer la nature, l'équation réduite et les éléments principaux des courbes définies par les équations de la forme : $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$.	Les courbes du second degré étudiées cette année sont définies par les équations de la forme (Γ) où le produit $x.y$ ne figure pas.

2. ETUDE VECTORIELLE (5h)

L'étude vectorielle a pour objet, cette année, d'approfondir et de consolider les notions géométriques déjà acquises en première et deuxième années secondaires. Elle constituera un outil efficace pour la détermination, dans l'espace, de l'équation d'un plan, d'une droite et d'une sphère et pour la résolution des problèmes géométriques de l'espace.

L'utilisation de l'écriture $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha \pmod{\pi}$ servira aussi comme outil pour caractériser l'orthogonalité et le parallélisme.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Lignes de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (modπ ou 2π).	1. Déterminer les lignes de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (mod π ou 2π) et caractériser la cocyclicité de quatre points . • Déterminer la ligne de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = 0 \pmod{2\pi}$. • Déterminer la ligne de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \pi \pmod{2\pi}$. • Déterminer la ligne de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = 0 \pmod{\pi}$. • Déterminer les lignes de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha \pmod{2\pi}$ où α est un réel non multiple de π. • Déterminer les lignes de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha \pmod{\pi}$ où α est un réel non multiple de π. • Caractériser la cocyclicité des quatre points A, B, C et D non alignés par $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) \pmod{\pi}$.	Il est à préciser que, dans l'expression $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (mod π ou 2π), A et B désignent deux points fixes et M est un point variable. Pour une valeur bien déterminée de α, la ligne de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (mod π ou 2π) n'est autre que l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (mod π ou 2π) . Il est à noter que l'écriture $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha \pmod{2\pi}$ est équivalente à $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha + 2k\pi$ où $k \in Z$. Il est important d'introduire l'écriture $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha \pmod{\pi}$ comme étant l'écriture équivalente à $\begin{cases} (\vec{u}, \vec{v}) = \alpha \pmod{2\pi} \\ \text{ou} \\ (\vec{u}, \vec{v}) = \alpha + \pi \pmod{2\pi}. \end{cases}$ Dans le tracé des lignes de niveau $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}) = \alpha$ (mod π ou 2π), on se limitera aux angles remarquables.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.2. Equation vectorielle d'une droite, d'un plan, d'une sphère.	1. Caractériser vectoriellement une droite, un plan et une sphère. • Reconnaître un vecteur normal d'un plan. • Reconnaître un vecteur directeur d'une droite. • Caractériser une droite de vecteur directeur $\overrightarrow{V}$ et passant par un point A comme étant l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{V} = \overrightarrow{0}$. • Caractériser un plan de vecteur normal $\overrightarrow{V}$ et passant par un point A comme étant l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM} . \overrightarrow{V} = 0$. • Caractériser une sphère de centre I et de rayon R comme étant l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{IM} . \overrightarrow{IM} = R^2$. • Savoir qu'une sphère de diamètre $[AB]$ est l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 0$.	La caractérisation vectorielle des figures géométriques est utilisée comme moyen pour passer aux expressions analytiques.

3. ETUDE ANALYTIQUE (30 h)

La géométrie analytique, dans le programme de cette année, est utilisée comme terrain pour investir les acquis de la géométrie dans l'espace, de la géométrie plane, du produit scalaire et du produit vectoriel.

L'outil vectoriel sera utilisé pour mettre en place les équations d'un plan, d'une droite de l'espace et d'une sphère.

Une utilisation des deux outils analytique et vectoriel sera exigée afin d'étudier l'alignement, le parallélisme et l'orthogonalité dans l'espace.

L'étude analytique se fera dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Composantes du produit vectoriel. Produit mixte.	1.Déterminer les composantes du produit vectoriel de deux vecteurs dans un repère orthonormé direct. 2.Déterminer le produit mixte de trois vecteurs. • Connaître et utiliser les expressions des composantes du produit vectoriel $\vec{V} \wedge \vec{V'}$ des deux vecteurs $\vec{V}\,(X, Y, Z)$ et $\vec{V'}\,(X', Y', Z')$. • Utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme et celle d'un triangle. • Savoir que le produit vectoriel de deux vecteurs est nul, si et seulement si, ces deux vecteurs sont colinéaires. • Reconnaître le produit mixte de trois vecteurs. • Déterminer l'expression analytique du produit mixte dans un repère orthonormé direct. • Utiliser le produit mixte pour calculer le volume d'un parallélépipède et celui d'un tétraèdre. • Savoir que le produit mixte de trois vecteurs est nul si et seulement si ces vecteurs sont coplanaires.	L'étude vectorielle du produit vectoriel a été abordée en deuxième année secondaire. L'étude analytique de cette notion, cette année, servira à la compréhension de l'efficacité de l'outil analytique. Le calcul des composantes du produit vectoriel de deux vecteurs servira, en tant qu'outil efficace, à la détermination d'une équation cartésienne du plan, au calcul des aires, à l'alignement et à la colinéarité.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Equations d'un plan et d'une droite dans l'espace.	1.Déterminer l'équation cartésienne d'un plan et d'une droite définis par des éléments géométriques dans un repère orthonormé. • Reconnaître l'équation $ux + vy + wz + r = 0$ comme étant celle d'un plan perpendiculaire au vecteur non nul $\vec{V}\ (u, v, w)$. • Déterminer l'équation du plan passant par un point donné et perpendiculaire à un vecteur donné non nul . • Déterminer une équation du plan passant par trois points non alignés. • Déterminer une équation du plan passant par un point donné et parallèle à deux directions données non parallèles. • Savoir que la droite de vecteur directeur non nul $\vec{V}\ (a, b, c)$ et passant par un point $A(x_0, y_0, z_0)$ est l'ensemble des points $M\ (x, y, z)$ vérifiant le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \\ z = ct + z_0 \end{cases}$ où t est un paramètre réel. • Déterminer un système d'équations paramétriques d'une droite passant par deux points donnés.	La détermination d'une équation cartésienne d'une droite (ou d'un plan) exige la détermination d'un vecteur directeur (ou d'un vecteur normal). Ceci se traduit par le schéma suivant : Situation géométrique → Détermination d'un vecteur directeur ou normal → Expression analytique (mise en équation) Il est important de noter la non unicité du vecteur normal à un plan et du vecteur directeur d'une droite . Le système $\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \\ z = ct + z_0 \end{cases}$ d'équations paramétriques de la droite s'écrit, dans le cas où $a.b.c \neq 0$, sous la forme $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ où le paramètre ne figure pas explicitement. On traitera avec soin les cas particuliers des équations des plans de vecteurs normaux admettant une ou deux composantes nulles. L'équation du plan passant par trois points non alignés pourra être traitée comme application au produit mixte.
3.3. Orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan; plans perpendiculaires.	1. Caractériser l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan et de deux plans, connaissant leurs équations, dans un repère orthonormé.	L'orthogonalité dans l'espace a été abordée en deuxième année secondaire. Cette année, l'élève approfondira l'étude de cette notion en faisant le lien entre son aspect vectoriel et son aspect analytique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{V}(a,b,c)$ et $\vec{V}'(a',b',c')$ sont orthogonales si et seulement si $aa' + bb' + cc' = 0$. • Savoir qu'une droite de vecteur directeur $\vec{V}$ et un plan de vecteur normal $\vec{V}'$ sont orthogonaux si et seulement si $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires. • Savoir que deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{V}(u,v,w)$ et $\vec{V}'(u',v',w')$ sont orthogonaux si et seulement si $uu' + vv' + ww' = 0$.	Situation géométrique $\rightarrow$ Détermination des vecteurs directeurs ou normaux $\rightarrow$ Propriété vectorielle ou analytique L'élève, qui sait déjà dégager un vecteur normal d'un plan et un vecteur directeur d'une droite, pourra utiliser l'expression donnant le cosinus de l'angle de deux vecteurs afin de trouver l'angle défini par deux plans, deux droites ou par une droite et un plan.
3.4. Parallélisme des droites et des plans.	1. Etudier les positions relatives de deux plans, de deux droites et d'une droite et d'un plan, connaissant leurs équations, dans un repère orthonormé. • Savoir que deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont parallèles (ou confondues) si et seulement si $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires. • Savoir qu'une droite de vecteur directeur $\vec{V}$ et un plan de vecteur normal $\vec{V}'$ sont parallèles si et seulement si $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont orthogonaux.	Comme dans l'orthogonalité, on aura recours à l'outil vectoriel pour démontrer le parallélisme des droites et des plans. On notera le lien qui existe entre l'intersection de deux droites, de deux plans ou d'une droite et d'un plan avec la résolution d'un système d'équations à plusieurs inconnues. Signalons aussi que, comme dans le cas d'une droite dans le plan, une droite de l'espace a une infinité de systèmes d'équations paramétriques. Il est alors important d'initier l'élève à passer d'un système à un autre équivalent. A titre d'activités, il est conseillé d'étudier analytiquement les cas suivants : - un plan passant par un point donné et parallèle à un plan donné; - une droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée. On habituera l'élève à retenir la méthode plutôt que le résultat.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont parallèles (ou confondus) si et seulement si $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires. • Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d'intersection de deux plans sécants. • Déterminer l'intersection de deux droites sécantes. • Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan.	
3.5. Distance d'un point à un plan, à une droite.	1. Déterminer la distance d'un point à un plan et la distance d'un point à une droite dans un repère orthonormé. • Connaître et utiliser la relation $d = \frac{\lvert ux_0 + vy_0 + wz_0 + r \rvert}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$ exprimant la distance d d'un point $A(x_0, y_0, z_0)$ au plan d'équation $ux + vy + wz + r = 0$. • Calculer la distance d'un point à une droite.	Le produit scalaire sera utilisé pour calculer la distance d'un point à un plan. Par contre, la distance d'un point à une droite pourra être calculée par plusieurs méthodes. On pourra, à titre d'application , déterminer des équations des plans bissecteurs, calculer la longueur de la hauteur dans un tétraèdre, ainsi que la distance entre deux plans parallèles et la longueur de la perpendiculaire commune de deux droites non coplanaires.
3.6. Equation d'une sphère.	1. Déterminer l'équation d'une sphère définie par son centre et son rayon ou par un diamètre dans un repère orthonormé. 2. Lier la position d'un point par rapport à une sphère à la puissance de ce point par rapport à cette sphère. • Connaître et utiliser l'équation d'une sphère de diamètre $[AB]$ $(x - x_A)(x - x_B) + (y - y_A)(y - y_B) + (z - z_A)(z - z_B) = 0.$	Le produit scalaire sert d'outil pour trouver, dans un repère orthonormé, l'équation d'une sphère de centre I et de rayon R, ou la sphère de diamètre $[AB]$. L'étude de la puissance n'est pas un but en soi, elle sert à positionner un point par rapport à une sphère et, par suite, à caractériser les régions intérieure et extérieure à une sphère.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser l'équation d'une sphère de centre $I(a, b, c)$ et de rayon R : $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. • Déterminer le centre et le rayon d'une sphère donnée par son équation. • Connaître et utiliser l'expression $\overline{MI}^2 - R^2$ caractérisant la puissance d'un point M par rapport à une sphère de centre I et de rayon R. • Utiliser la puissance d'un point pour déterminer sa position par rapport à une sphère.	
3.7. Intersection d'une sphère avec une droite, un plan ou une sphère.	1. Déterminer les positions relatives d'une sphère par rapport à une droite, un plan ou une sphère et déterminer les éléments de l'intersection lorsqu'elle existe. • Etudier la position relative d'une sphère et d'une droite et déterminer leurs points d'intersection lorsqu'ils existent. • Etudier la position relative d'une sphère et d'un plan et déterminer le centre et le rayon du cercle d'intersection lorsqu'il existe. • Déterminer l'équation d'un plan tangent à une sphère en l'un de ses points. • Etudier la position relative de deux sphères et déterminer le plan, le centre et le rayon du cercle d'intersection lorsqu'il existe.	Les activités souhaitables sont celles qui permettent de déterminer l'équation d'une sphère satisfaisant à l'une des conditions suivantes : - de centre donné et tangente à un plan donné; - de centre donné et tangente à une droite donnée; - de centre donné et coupant un plan donné suivant un cercle de rayon donné; - de centre donné et coupant une droite donnée suivant une corde de longueur donnée.

4. TRANSFORMATIONS PLANES (35h)

Comme pour l'année précédente, l'objectif de l'étude des transformations est de mettre en place un outil pour la résolution de problèmes de configurations et de construction géométriques et pour la recherche de lieux géométriques. Ces transformations seront présentées comme applications bijectives du plan dans lui-même. On s'appuiera sur les résultats acquis à propos des translations et des rotations afin d'aborder le thème des déplacements.

La traduction d'une propriété géométrique en termes d'écriture complexe d'une transformation assure le passage du cadre géométrique au cadre algébrique de calcul dans **C** et réciproquement.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Déplacements dans le plan.	1. Caractériser un déplacement dans le plan. 2. Etudier l'effet d'un déplacement sur les figures géométriques planes. 3. Différencier les isométries qui sont des déplacement et celles qui ne le sont pas. • Reconnaître si une isométrie est un déplacement ou non. • Etudier la composée de deux rotations. • Etudier la composée d'une translation et d'une rotation. • Savoir que tout déplacement est une rotation ou une translation. • Déterminer l'image par un déplacement d'un point, d'une droite et d'un cercle. • Connaître et utiliser les propriétés du déplacement : P_1 : il conserve l'alignement; P_2 : il conserve le parallélisme; P_3 : il conserve les angles orientés; P_4 : il conserve l'orthogonalité; P_5 : il conserve le rapport des longueurs; P_6 : il conserve le barycentre.	Le mot déplacement désigne un déplacement dans le plan. On définira un déplacement comme étant une isométrie qui conserve les angles orientés. Ainsi une réflexion n'est pas un déplacement. L'élève sait déjà composer deux rotations de même centre. Cette année, il approfondira cette connaissance en composant deux rotations de centres distincts. On vérifiera que l'ensemble des déplacements muni de la loi de composition "o" des déplacements est un groupe. On exploitera les propriétés des déplacements dans la résolution des problèmes de géométrie.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Dégager un déplacement transformant deux points donnés A et B en deux points donnés A' et B' dans le cas où $AB = A'B' \neq 0$.	
4.2. Homothétie.	1. Caractériser une homothétie. 2. Etudier l'effet d'une homothétie sur les figures géométriques planes. • Reconnaître une homothétie $h(\omega, k)$ de centre ω et de rapport non nul k. • Déterminer l'image par $h(\omega, k)$ d'un point, d'une droite, d'un vecteur $\overrightarrow{MN}$ et d'un cercle. • Savoir que le centre ω d'une homothétie $h(\omega , k)$ est un point invariant. • Reconnaître l'homothétie $h(\omega, \frac{1}{k})$ comme étant l'homothétie réciproque de $h(\omega, k)$. • Connaître et utiliser les propriétés de l'homothétie : P_1 : elle conserve l'alignement; P_2 : elle conserve le parallélisme; P_3 : elle conserve les angles orientés; P_4 : elle conserve l'orthogonalité; P_5 : elle conserve le rapport des longueurs; P_6 : elle conserve le barycentre. • Déterminer la composée de deux homothéties.	L'élève à déjà été confronté, sans le savoir, avec des situations de figures homothétiques, dans des applications au théorème de Thalès, dans la droite et le cercle d'Euler dans un triangle..... On veillera à faire apparaître l'intérêt des homothéties comme : - moyen d'agrandissement ou de réduction des figures géométriques en faisant le lien avec la multiplication d'un vecteur par un réel; - outil qui facilite les démonstrations et qui simplifie leur formulation. Dans l'étude de la composition de deux homothéties on distinguera les cas où elles sont de même centre et ceux où elles sont de centres distincts. On notera que, dans l'homothétie $h(O , k)$, les distances sont multipliées par $\|k\|$ et les aires par k^2. On mettra en relief les deux homothéties particulières correspondantes à : • $k = 1$ (application identique); • $k = -1$ (symétrie centrale).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Déterminer la composée d'une homothétie et d'une translation. • Déterminer l'homothétie transformant un couple de points donné (M, N) en le couple donné (M', N') dans le cas où $\overrightarrow{M'N'} = k.\overrightarrow{MN}$, k étant un réel donné distinct de 0 et de 1. • Déterminer les homothéties échangeant deux cercles donnés dans un même plan.	
4.3. Forme complexe d'une transformation plane.	1. Caractériser, pour une transformation, la relation qui existe entre l'affixe d'un point M et celui de son image M'. • Savoir qu'à toute transformation plane T correspond une bijection f de **C** dans **C** et réciproquement. • Traduire analytiquement une écriture complexe. • Connaître et utiliser le fait que, si $\vec{u}$ et $\vec{u'}$ sont deux vecteurs non nuls d'affixes z et z' respectivement, alors : * $\vec{u'} = k\,\vec{u}$ (k réel) est équivalent à $z' = k z$. * $\Vert \vec{u'} \Vert = \Vert \vec{u} \Vert$ et $(\vec{u}, \vec{u'}) = \theta$ (θ réel) équivaut à $z' = e^{i\theta} z$. • Etudier les transformations particulières caractérisées par : $z \longrightarrow -z$ $z \longrightarrow \bar{z}$ $z \longrightarrow -\bar{z}$.	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'élève sait déjà , depuis la deuxième année secondaire, que l'application de l'ensemble des points du plan dans l'ensemble **C**, qui à un point M du plan fait correspondre une affixe unique z dans **C** , est une bijection. Il convient de lui faire remarquer que l'écriture complexe d'une transformation plane T est l'application f de **C** dans **C** qui, à l'affixe z du point M, fait correspondre l'affixe z' du point M' où $M' = T(M)$. $\begin{array}{ccc} M & \xrightarrow{T\text{ (bijective)}} & M' \\ \text{bijective}\big\downarrow & & \big\downarrow\text{bijective} \\ z & \xrightarrow{f\text{ (bijective)}} & z' \end{array}$

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Etudier l'écriture complexe de la translation de vecteur $\vec{V}$ d'affixe $b \in \mathbb{C}$.	
4.4. Similitudes planes directes : définition, forme complexe.	1. Caractériser une similitude plane directe. 2. Etudier l'effet d'une similitude plane directe sur les figures géométriques. 3. Reconnaître la forme complexe de la similitude de centre O dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. • Reconnaître une similitude plane directe. • Connaître le fait que toute similitude plane directe est une translation ou bien une transformation admettant un seul point invariant qui est son centre. • Caractériser une similitude qui n'est pas une translation par son centre ω, son rapport $k > 0$, son angle orienté α, $\alpha \in]-\pi, \pi]$. • Déterminer l'image par une similitude d'un point, d'une droite et d'un cercle. • Connaître et utiliser les propriétés de la similitude : P_1 : elle conserve l'alignement; P_2 : elle conserve le parallélisme; P_3 : elle conserve les angles orientés; P_4 : elle conserve l'orthogonalité; P_5 : elle conserve le rapport des longueurs; P_6 : elle conserve le barycentre.	Le mot similitude désigne similitude plane directe. La similitude de centre ω, de rapport $k>0$ et d'angle α sera notée $S(\omega, k, \alpha)$. L'effet d'une similitude sur une figure géométrique est traité comme effet d'une translation, ou comme résultat de l'effet d'une homothétie suivie d'une rotation. On veillera à mettre en évidence que la translation, la rotation et l'homothétie sont des similitudes particulières. On signalera qu'une homothétie de rapport $k<0$ est aussi considérée comme similitude de même centre, de rapport $\|k\|$ et d'angle π. On vérifiera que l'ensemble des similitudes muni de la loi "o" de composition des similitudes est un groupe. On vérifiera que le produit d'une rotation et d'une homothétie de même centre est commutatif. On notera que dans une similitude de rapport k les distances sont multipliées par $\|k\|$, les aires sont multipliées par k^2 et que l'image d'une conique (C) est une conique de même excentricité. On pourra investir les propriétés du module et de l'argument du produit de deux nombres complexes pour dégager l'angle de la rotation et le rapport de l'homothétie permettant de construire le point M' image du point M par la similitude $S(O, k, \alpha)$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître le fait que toute similitude plane directe $S(\omega, k, \alpha)$ qui n'est pas une translation est la composée de l'homothétie $h(\omega, k)$ et de la rotation $R(\omega, \alpha)$. • Reconnaître la similitude $S(\omega, \frac{1}{k}, -\alpha)$ comme étant la similitude réciproque de $S(\omega, k, \alpha)$. • Déterminer la similitude transformant un couple de points distincts donnés (M, N) en le couple (M', N') donné. • Connaître le fait que l'écriture complexe de la similitude $S(O, k, \alpha)$ dans le plan complexe muni du repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ est : $z \longrightarrow ke^{i\alpha}.z$	
4.5. Transformations définies par $f(z) = az + b$ et $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$.	1. Reconnaître une similitude plane directe définie par $f(z) = az + b$ et déterminer ses éléments. 2. Reconnaître l'inversion de centre O de puissance 1 définie par $f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ et son effet sur les droites et les cercles, et surtout sur les droites et les cercles passant par O. • Caractériser la similitude plane directe $S(\omega, k, \alpha)$ par $z \mapsto f(z) = a.z + b$ où $a = ke^{i\alpha}$, $\omega(z_0)$ tel que $z_0 = \frac{b}{1-a}$ avec $a \neq 1$. • Savoir que $z \mapsto f(z) = z + b$ est l'écriture complexe de la translation de vecteur $\vec{V}$ d'affixe b.	On signalera l'importance de la transformation définie par $f(z) = a.z$ comme un cas particulier de la transformation $f(z) = a.z + b$ et dont le centre ω se confond avec l'origine O du repère. On veillera à traduire en termes de nombres complexes les composées de deux ou plusieurs transformations déjà étudiées. On initiera l'élève à l'écriture complexe d'une transformation définie géométriquement et vice versa et on veillera aussi à faire apparaître l'intérêt des nombres complexes en tant qu'outil pour la résolution de problèmes de géométrie. Propriété géométrique → Traduction en tansformation → Traduction en écriture complexe

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que $z \mapsto f(z) = a.z + b$ où $a = e^{i\alpha}$ $\alpha \neq 0$ est l'écriture complexe de la rotation de centre ω d'affixe $\frac{b}{1-a}$ et d'angle α. • Savoir que $z \mapsto f(z) = a.z + b$ où a est un réel avec $a > 0$ et $a \neq 1$ est l'écriture complexe de l'homothétie de centre ω d'affixe $\frac{b}{1-a}$ et de rapport a. • Déterminer la composée de deux similitudes. • Caractériser l'inversion $I(O,\ 1)$ dans P^* par $z \mapsto f(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ dans **C***. • Vérifier que l'inversion $I(O\ ,\ 1)$ est involutive. • Vérifier qu'une droite d'équation $y = mx$ est globalement invariante par l'inversion $I(O,\ 1)$. • Vérifier que l'inversion $I(O,\ 1)$ transforme la droite d'équation $y = mx + n$ où $n \neq 0$ en un cercle passant par O, et réciproquement.	On veillera à montrer le passage dans les différents cadres : géométrique, vectoriel, analytique et complexe. On désignera par P^* l'ensemble des points du plan privé de l'origine et par **C*** l'ensemble **C** - $\{0\}$. On notera que l'inversion $I(O\ ,\ 1)$ est une bijection sur P^*. Par abus de langage, les termes droite et cercle passant par O désignent ces ensembles privés du point O. On signalera que l'inversion est une transformation qui change parfois la nature de la figure géométrique.

ANALYSE (FONCTIONS NUMERIQUES) **(105 h)**

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (40 h)

L'élève a déjà fait, en première et deuxième années secondaires, l'étude d'une fonction dans le cas général et il a pris contact avec la notion d'asymptote. Cette année, il approfondira l'étude des fonctions et des asymptotes et découvrira la fonction réciproque ainsi que de nouvelles fonctions trigonométriques inverses, logarithmiques, exponentielles et puissances sans oublier les courbes paramétrées, qui ne seront pas traitées en tant que courbes représentatives de fonctions vectorielles.
Les suites numériques ont été abordées aussi en deuxième année secondaire et seront détaillées cette année en introduisant la notion de convergence et les différentes propriétés comme la majoration, la minoration, la comparaison des suites (comportement global) et l'approximation de la limite d'une suite (comportement asymptotique).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Fonctions irrationnelles (Cas simples).	1. Etudier et représenter graphiquement des fonctions irrationnelles. 2. Déterminer les asymptotes ou les directions asymptotiques, d'une courbe, lorsqu'elles existent. • Trouver, quand elles existent, les asymptotes obliques d'équations $y = ax + b$. • Déterminer la position de la courbe par rapport à son asymptote. • Reconnaître, quand elles existent, les directions asymptotiques. • Etudier l'allure de la courbe au point d'abscisse annulant le radical et aux points d'arrêt.	On rappellera la notion de limite, les limites usuelles, les asymptotes, le plan d'étude d'une fonction, l'étude et la représentation graphique des fonctions rationnelles. On se limitera à l'étude de fonctions de la forme $ax+b+c\sqrt{f(x)}$ où a et b et c sont des réels et f une fonction homographique ou polynomiale de degré au plus deux. La fonction irrationnelle n'étant pas dérivable au point x annulant le radical, on étudiera l'allure de sa courbe représentative en ce point par la définition de la dérivée en ce point.
1.2. Fonction réciproque.	1. Déterminer la fonction composée de deux fonctions données. 2. Caractériser les fonctions possédant une fonction réciproque.	On donnera des exemples de fonctions n'admettant pas de réciproque.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	3. Comparer graphiquement les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque. • Reconnaître et calculer la fonction composée de deux fonctions. • Reconnaître la fonction réciproque f^{-1} d'une fonction f continue et strictement monotone. • Savoir que la fonction réciproque f^{-1} de f n'existe que si f est continue et strictement monotone. • Déterminer le domaine de définition d'une fonction réciproque. • Savoir qu'une fonction et sa réciproque ont le même sens de variation. • Calculer, si c'est possible, l'expression explicite de la fonction réciproque. • Savoir que les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la première bissectrice du repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.	On ne demandera l'expression explicite de la fonction réciproque que dans des cas simples.
1.3. Fonctions trigonométriques inverses.	1. Etudier les fonctions *Arcsin*, *Arccos* et *Arctan*. • Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *sinus* sur $[-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}]$ et la représenter graphiquement. • Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *cosinus* sur $[0,+\pi]$ et la représenter graphiquement.	On notera: *Arcsin* ou Sin^{-1} la fonction réciproque de la fonction *sinus*. *Arcos* ou Cos^{-1} la fonction réciproque de la fonction *cosinus*. *Arctg* ou *Arctan* ou tan^{-1} ou tg^{-1} la fonction réciproque de la fonction *tangente*. On se limitera strictement aux domaines de définition cités dans les objectifs.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *tangente* sur $]-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}[$ et la représenter graphiquement.	
1.4. Fonction logarithme népérien. Fonction logarithme à base *a*.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien *ln*. 2. Dériver des fonctions de la forme *ln*(*u*) et calculer les primitives des fonctions de la forme $\frac{u'}{u}$ où *u* est une fonction. 3. Connaître la relation qui lie la fonction *ln* à la fonction logarithme à base *a* $(a > 0 \text{ et } a \neq 1)$ et en déduire les propriétés de cette dernière. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction logarithme népérien : *a* et *b* deux réels strictement positifs. $ln(ab) = lna + lnb$; $ln\left(\frac{a}{b}\right) = lna - lnb$; $ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} lna$. • Caractériser le nombre *e*.	On notera: *ln* le logarithme népérien, log_a le logarithme à base *a*, *log* le logarithme décimal. On fera, en exercice, l'étude et la représentation graphique de la fonction log_a dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. On donnera des exemples d'utilisation du logarithme dans le calcul du pH d'une solution.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 0^+} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{lnx}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} xlnx$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(1+x)}{x}$. • Reconnaître la dérivée de lnu où u est fonction de x et une primitive de $\frac{u'}{u}$ avec $u \neq 0$. • Savoir que $log_a(x) = \frac{lnx}{lna}$ avec $a > 0,\ a \neq 1$. • Savoir que la fonction log_a est strictement croissante pour $a > 1$ et strictement décroissante pour $0 < a < 1$. • Résoudre des équations et des inéquations où intervient la fonction logarithme.	
1.5. Fonctions exponentielles. Fonctions puissances.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base e. 2. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base a. 3. Etudier la fonction puissance $x \mapsto x^\alpha$. 4. Comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^\alpha$. • Reconnaître la fonction exponentielle à base e comme étant la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien.	Les propriétés algébriques et les limites usuelles des fonctions exponentielle népérienne, exponentielle à base a et puissance seront démontrées. On fera l'étude et la représentation graphique de la fonction $x \mapsto a^x$ dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. On investira les limites déjà calculées pour comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^\alpha$. On vérifiera que cette définition de $x \mapsto x^\alpha$ coïncide avec la définition de $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbf{Z}$ dans le cas où $x > 0$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction exponentielle à base e. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction exponentielle à base e : $e^{x+y} = e^x . e^y$, $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$, $(e^x)^y = e^{x.y}$. • Reconnaître les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \|x\|e^x$ et $\lim\limits_{x\to0} \frac{e^x-1}{x}$. • Reconnaître la dérivée de la fonction e^u et une primitive de $u'e^u$ où u est une fonction de x. • Savoir que $a^b = e^{b\ln a}$ où $a > 0$ $a \neq 1$. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction $x \mapsto a^x$. • Savoir que la fonction puissance: $x \mapsto x^\alpha$, où $\alpha \in \mathbf{R}$ n'est définie que si $x > 0$. • Reconnaître la variation et la courbe représentative de la fonction puissance. • Reconnaître les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha}$; $\lim\limits_{x\to0^+} x^\alpha \ln x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^\alpha}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \|x\|^\alpha e^x$ $(\alpha > 0)$ • Résoudre des équations et des inéquations faisant intervenir les fonctions logarithme et exponentielle.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.6. Suites numériques : limites, suites bornées, suites convergentes.	1. Différencier une suite majorée, une suite minorée, une suite bornée, une suite convergente, une suite non convergente. 2. Utiliser les propriétés de la limite d'une suite. 3. Calculer les limites de suites relativement simples. • Reconnaître une suite, majorée, minorée, bornée. • Calculer la limite l dans des cas simples ($l = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n$) • Déterminer la nature d'une suite (convergente ou non). • Connaître et utiliser les propriétés suivantes dans le cas où les suites (u_n) et (v_n) convergent respectivement vers l et l' - La suite ($u_n + v_n$) converge vers $l + l'$ - La suite ($u_n . v_n$) converge vers $l . l'$ - La suite (αu_n) converge vers $\alpha\ l$ où α est un réel. - Si l' est différent de zéro, la suite $\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$ converge vers $\dfrac{l}{l'}$. • Utiliser les propriétés de comparaison suivantes: - Si $u_n \leq v_n$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ - Si $u_n \leq v_n$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ - Si les trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) sont telles que $v_n \leq u_n \leq w_n$ avec $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \alpha$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \alpha$. • Utiliser le raisonnement par récurrence pour démontrer qu'une suite est monotone, majorée et minorée.	On admettra l'unicité de la limite d'une suite numérique convergente. On admettra qu'une suite croissante majorée (respectivement décroissante minorée) est convergente. On admettra que toute suite convergente est bornée, mais on fera remarquer qu'une suite bornée n'est pas nécessairement convergente. On admettra que si une suite positive (négative) converge vers une limite non nulle l , alors l est positive (négative) ou nulle. La notion de limite d'une suite numérique sera introduite d'une façon intuitive. On évitera la définition formelle de cette limite. On pourra exploiter la connaissance de l'élève sur les limites d'une fonction en $+\infty$ dans l'introduction de la limite d'une suite numérique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que, si une suite récurrente convergente est donnée par la formule $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue et si l est la limite de (u_n), alors $f(l) = l$.	
1.7. Courbes paramétrées.	1. Etudier des courbes simples définies paramétriquement. • Reconnaître une courbe paramétrée du plan rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ comme étant l'ensemble de points $M(x, y)$ tel que $x = f(t)$ et $y = g(t)$ où t appartient à un intervalle I de **R** et où f et g sont deux fonctions dérivables sur I. • Savoir que le vecteur dérivé défini par $f'(t_0)\vec{i} + g'(t_0)\vec{j}$ a la même direction que la tangente à la courbe représentative au point $(x(t_0), y(t_0))$. • Représenter graphiquement une courbe paramétrée.	On fera la liaison entre les courbes paramétrées et la trajectoire d'un point mobile. On évitera l'étude des courbes paramétrées compliquées. On notera que l'équation cartésienne d'une courbe est un cas particulier de ses représentations paramétriques. L'élève gagnera à visualiser les courbes paramétrées à l'aide d'une calculatrice graphique. Les courbes à point singulier sont à éviter.

2. CONTINUITE ET DERIVATION (25 h)

La continuité et la dérivation ne sont pas des finalités mais des outils pour une meilleure étude des fonctions. Bien qu'elles interviennent dans le calcul des approximations, la recherche des racines d'une fonction et dans les encadrements, il est souhaitable que leur approche ne soit pas théorique mais plutôt pratique et d'en donner une interprétation graphique permettant à l'élève une bonne visualisation de la situation en cours.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Image d'un intervalle fermé par une fonction continue.	1. Caractériser l'image d'un intervalle fermé par une fonction continue. 2. Localiser une racine pour une fonction continue sur un intervalle fermé et justifier l'existence de cette racine.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle de même nature. • Connaître le fait qu'une fonction continue sur un intervalle fermé atteint sur cet intervalle un maximum et un minimum et qu'elle y prend toute valeur intermédiaire entre les deux extremums (théorème des valeurs intermédiaires). • Savoir que si une fonction f est continue sur l'intervalle $[a,\ b]$ avec $f(a).f(b) \leq 0$, elle possède au moins une racine sur $[a, b]$. • Savoir que si une fonction f est continue et strictement monotone sur un intervalle I, elle définit une bijection de I sur $f(I)$. • Savoir que si une fonction f est continue et strictement monotone sur l'intervalle $[a,\ b]$ avec $f(a).f(b) \leq 0$, elle possède une seule racine sur $[a, b]$.	On admettra que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle. On admettra aussi le théorème des valeurs intermédiaires. On donnera une interprétation graphique de ces deux théorèmes et de l'existence d'une racine d'une fonction f continue sur $[a, b]$ lorsque $f(a).f(b) \leq 0$
2.2. Prolongement par continuité d'une fonction.	1. Reconnaître les conditions de prolongement par continuité en un point. • Calculer les limites à gauche et à droite d'une fonction en un point. • Reconnaître une fonction continue à gauche (respectivement à droite) en un point. • Si a est un point intérieur à un intervalle I, Savoir que si f est définie et continue sur I-$\{a\}$ avec $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = \lim\limits_{x \to a^-} f(x) = l$ où l est un réel, on peut prolonger f par continuité en a.	On donnera des exemples de fonctions définies en un point sans qu'elles soient continues en ce point, ainsi que de fonctions continues à droite ou à gauche seulement. On fera remarquer que l'étude de l'allure de la courbe représentative d'une fonction en un point limite nécessite le prolongement par continuité de cette fonction en ce point.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que si f est définie et continue sur $]a, b]$ avec $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = l$ où l est un réel, on peut prolonger f par continuité en a. • Savoir que si f est définie et continue sur $[a, b[$ avec $\lim\limits_{x \to b^-} f(x) = l$ où l est un réel, on peut prolonger f par continuité en b.	
2.3. Dérivation des fonctions composées.	1. Dériver une fonction composée. • Reconnaître et calculer la dérivée d'une fonction composée en un point. • Reconnaître et calculer la dérivée de la composée de deux fonctions sur un intervalle.	On admettra la formule qui donne la dérivée de la fonction composée.
2.4. Dérivée d'une fonction réciproque.	1. Dériver une fonction réciproque. • Utiliser la formule $\left[f^{-1}\right]'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$, avec $y_0 = f(x_0)$. • Reconnaître la dérivée d'une fonction réciproque sur un intervalle.	On notera que le calcul de la dérivée d'une fonction réciproque d'une fonction donnée ne nécessite pas la détermination de cette fonction réciproque. On fera l'interprétation graphique de la formule $\left[f^{-1}\right]'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.
2.5. Dérivée seconde. Dérivées successives.	1. Calculer la dérivée seconde et les dérivées successives d'une fonction. • Calculer la dérivée seconde d'une fonction en un point et sur un intervalle.	On utilisera les notations $f', f'', \dots, f^{(n)}$ ainsi que $\frac{df}{dx}, \frac{d^2 f}{dx^2}, \dots, \frac{d^n f}{dx^n}$ pour désigner les dérivées successives de la fonction f.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer les dérivées successives d'une fonction en un point et sur un intervalle.	On donnera des exemples de l'interprétation cinématique de la dérivée seconde. On utilisera la dérivée seconde pour déterminer le point d'inflexion d'une courbe et on mentionnera la relation qui existe entre le signe de la dérivée seconde d'une fonction et la concavité de la courbe représentative de cette fonction. Le calcul de la dérivée d'ordre *n* de quelques fonctions simples sera mis à profit pour vérifier par récurrence l'expression, donnée explicitement, de cette dérivée.
2.6. Théorème de Rolle. Egalité et inégalités des accroissements finis. Règle de l'Hôpital.	1. Utiliser le théorème de Rolle. 2. Utiliser l'égalité et les inégalités des accroissements finis. 3. Utiliser la règle de l'Hôpital dans la recherche des limites. • Reconnaître le développement limité d'ordre 1 d'une fonction dérivable au voisinage d'un point. • Connaître et utiliser le théorème de Rolle et l'interpréter graphiquement. • Connaître et utiliser le théorème des accroissements finis et l'interpréter graphiquement. • Connaître les inégalités des accroissements finis : $m\times(b-a)\leq f(b)-f(a)\leq M(b-a)$ $\lvert F(b)-F(a)\rvert\leq K\times\lvert b-a\rvert$. • Utiliser la règle de l'Hôpital pour calculer des limites.	Le théorème de Rolle et la règle de l'Hôpital seront admis. Cependant on démontrera le théorème et les inégalités des accroissements finis. On insistera sur l'interprétation graphique de toutes ces notions. Le théorème et les inégalités des accroissements finis seront utilisés dans les encadrements et les approximations. On pourra appliquer la règle de l'Hôpital dans les cas des formes indéterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$.

3. INTEGRATION (30 h)

Le calcul des aires, des volumes et des longueurs a été recherché par les mathématiciens au cours des siècles et trouve enfin sa formulation théorique au moyen du calcul intégral. Plusieurs problèmes de physique trouvent aussi leur solution au moyen de ce calcul. Il ne s'agit donc pas de donner un cours purement théorique sur le calcul intégral, mais un moyen efficace pour résoudre des problèmes réels. Ainsi le calcul approché de l'intégrale d'une fonction dont il est difficile de trouver une primitive s'affirme comme activité.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Intégrale: définition, propriétés.	1. Définir l'intégrale d'une fonction *f* continue sur un intervalle $[a,b]$. 2. Interpréter graphiquement l'intégrale de *f* sur $[a,b]$. 3. Démontrer et utiliser les propriétés de l'intégrale. • Reconnaître l'intégrale d'une fonction continue f sur l'intervalle fermé $[a, b]$ comme étant le réel $F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de *f* sur $[a, b]$. • Connaître le théorème fondamental de l'intégration: Si *f* est continue sur un intervalle I et si a est un élément de I, alors $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de *f* sur I qui s'annule en a. • f étant une fonction continue sur un intervalle I, a et b des éléments de I ($a < b$), connaître et utiliser les propriétés suivantes de l'intégrale: (P_1) $\int_a^a f(t)dt = 0$; $\int_a^b f(t)dt = -\int_b^a f(t)dt$.	L'utilisation des sommes de Riemann pour définir l'intégrale est déconseillée. On donnera des exercices faisant intervenir l'utilisation du théorème fondamental de l'intégration. Le symbole $\int_a^b f(x)dx$ se lit : somme de a à b de $f(x)dx$. On notera $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de *f* sur $[a, b]$. On fera remarquer que la variable est "muette" dans l'intégrale, c'est-à-dire $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$. On fera remarquer que, dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$, la variable x prend toutes les valeurs entre a et b. On démontrera les propriétés (P_1), (P_2), (P_3), (P_4), (P_5). Les propriétés (P_6) et (P_7) seront dégagées à partir d'activités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	(P$_2$) $\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$ où $c \in I$ (relation de Chasles). (P$_3$) $\int_a^b [\alpha f(t) + \beta g(t)]dt = \alpha\int_a^b f(t)dt + \beta\int_a^b g(t)dt$; $(\alpha,\beta) \in \mathbf{R}^2$ (linéarité). (P$_4$) Si $f(x) \geq 0$ sur [a, b], alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$. (P$_5$) Si en plus g est une fonction continue sur $[a, b]$ tels que $f(x) \geq g(x)$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$. (P$_6$) Soit a un réel strictement positif et f continue sur $[-a, +a]$: - Si f est paire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 2\int_0^{+a} f(x)dx$ - Si f est impaire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 0$. (P$_7$) Si f est définie et continue sur **R**, périodique de période T, alors: $\int_0^T f(x)dx = \int_a^{a+T} f(x)dx$; pour tout réel a.	
3.2. Méthodes d'intégration.	1. Utiliser les différentes méthodes d'intégration pour le calcul d'intégrales.	Pour la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples, il est souhaitable de donner des directives.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Utiliser la lecture inverse des formules de dérivation (où la fonction est continue sur l'intervalle considéré). • Utiliser la méthode d'intégration par parties. • Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples. • Utiliser le changement de variable dans des cas simples. • Utiliser les formules trigonométriques permettant la linéarisation de certains polynômes trigonométriques.	Pour la méthode de changement de variable on se limitera à des cas simples et classiques. Pour le changement de variable, on veillera à ce que la fonction utilisée soit monotone sur l'intervalle considéré et on donnera des contre-exemples pour justifier cette remarque. La linéarisation des polynômes trigonométriques peut se faire par l'utilisation des nombres complexes.
3.3. Théorème de la moyenne. Inégalités de la moyenne.	1. Démontrer et utiliser l'égalité et les inégalités de la moyenne. • Connaître et utiliser le théorème de la moyenne: Si f est continue sur $[a, b]$, alors il existe au moins un réel c appartenant à $[a, b]$ tel que $\int_a^b f(t)dt = (b-a)f(c)$. • Savoir que la valeur moyenne d'une fonction f continue sur $[a, b]$ est $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$. • f étant une fonction continue sur $[a, b]$ avec $(a < b)$, connaître et utiliser les deux formes suivantes de l'inégalité de la moyenne : $m \leq f(x) \leq M$, pour tout $x \in [a, b]$ Si $m < f(x) < M$, alors $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$. Si $\lvert f(x)\rvert \leq k$ avec k un réel, alors $\left\lvert\int_a^b f(x)dx\right\rvert \leq k\lvert b-a\rvert$.	On utilisera le théorème de la moyenne et les inégalités de la moyenne pour encadrer une intégrale dans le but d'en donner une approximation.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.4. Applications du calcul intégral.	1. Utiliser l'intégrale pour calculer des aires et des volumes. • Calculer des aires à l'aide d'intégrales. • Calculer des volumes dans le cas d'un solide usuel de révolution à l'aide d'intégrales. • Calculer le volume d'un solide délimité par la rotation d'un arc de courbe autour de l'un des axes de coordonnés. • Calculer une valeur approchée d'une intégrale par la méthode des rectangles.	On donnera des exemples d'encadrement d'une intégrale par la méthode des rectangles. On peut donner des exemples d'application du calcul intégral dans divers domaines. Le calcul des aires et de volumes sera fait dans un repère orthonormé.

4. EQUATIONS DIFFERENTIELLES (10 h)

Le champ d'étude et d'application des équations différentielles étant très large, il est indispensable de se limiter strictement aux types d'équations différentielles mentionnées dans le programme. Il est souhaitable de donner des conditions initiales aux équations différentielles pour en trouver une solution unique et vérifier l'intérêt pratique de la résolution de ces équations.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Définition.	1. Identifier une équation différentielle et déterminer son ordre. • Reconnaître une équation différentielle du premier et du second ordre. • Identifier le vocabulaire associé à une équation différentielle (ordre, coefficient, équation avec second membre, équation sans second membre, une solution générale, une solution implicite, une solution explicite).	Il est souhaitable d'introduire les équations différentielles par des activités d'approche dont la solution nécessite la résolution d'une équation différentielle. On mettra en valeur le rôle joué par les conditions initiales dans la détermination d'une solution convenable.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.2. Equations à variables séparables.	1. Reconnaître et résoudre une équation à variables séparables (cas simples). • Reconnaître une équation différentielle du premier ordre à variables séparables comme étant celle qui se ramène à la forme $\int f(x)dx = \int g(y)dy$. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + a(x)y = 0$ où a est une fonction simple à intégrer.	Il faut éviter toute complication dans ce genre d'équations différentielles et se limiter à des cas simples où la séparation des variables ainsi que l'intégration seront faciles.
4.3. Equations linéaires du premier ordre à coefficients constants.	1. Reconnaître et résoudre une équation linéaire du premier ordre à coefficients constants. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' = f(x)$ où f est continue sur un intervalle I. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + ay = b$ où a et b sont des réels donnés. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + ay = f(x)$ où a est un réel donné et f une fonction simple.	Dans le cas des équations différentielles de la forme $y' + ay = f(x)$, il est indispensable de donner des directives permettant la résolution de cette équation.
4.4. Equations linéaires du second ordre à coefficients constants.	1. Reconnaître et résoudre une équation linéaire du second ordre à coefficients constants. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y'' = f(x)$ où f est une fonction continue sur un intervalle I. • Résoudre une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ où a, b et c sont des réels donnés. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y'' + \omega^2 y = k$ où ω et k sont des réels donnés.	

TRIGONOMETRIE (15 h)

1. LIGNES TRIGONOMETRIQUES (5 h)

Les élèves ont été initiés aux formules, aux équations trigonométriques et aux fonctions circulaires dans les classes antérieures. Le but en cette troisième année est d'approfondir cette étude en donnant quelques relations métriques dans les triangles, en résolvant des équations simples d'un type bien déterminé et d'étudier quelques fonctions circulaires simples.

On devra sensibiliser les élèves à l'intérêt de la trigonométrie dans des problèmes réels tirés de la géométrie et de la physique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Relations métriques dans un triangle. Calcul d'aires.	1. Démontrer et utiliser les relations métriques dans un triangle. • Reconnaître les relations métriques suivantes dans un triangle quelconque: 1. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ 2. $S = \frac{1}{2}bc\sin A$ où S est l'aire du triangle ABC 3. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{abc}{2S} = 2R$ où S est l'aire de ABC et R le rayon du cercle circonscrit à ce triangle.	On se limitera aux relations mentionnées dans les objectifs et aux relations qui leur sont analogues. Ces relations seront démontrées.

2. EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES (5h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Résolution d'équations trigonométriques simples.	1. Résoudre des équations trigonométriques simples. • Résoudre l'équation de la forme $a\cos x + b\sin x = c$ où a, b et c sont des réels. • Résoudre des équations simples se ramenant facilement à $a\cos x + b\sin x = c$.	On se limitera aux équations se ramenant facilement à l'équation $a\cos x + b\sin x = c$.

3. FONCTIONS CIRCULAIRES (5 h)

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Etude des fonctions circulaires de la forme *a cos*(*bx* + *c*) et *a sin*(*bx* + *c*).	1. Différencier dans ces fonctions l'amplitude, la fréquence, la période et la phase. 2. Etudier et représenter graphiquement ces fonctions. • Etudier et représenter graphiquement la fonction *f* définie par $f(x) = a\cos(bx + c)$ où a, b et c sont des réels. • Etudier et représenter graphiquement la fonction *f* définie par $f(x) = a\sin(bx + c)$ où a, b et c sont des réels.	On mentionnera l'importance de ces fonctions en sciences physiques pour différencier les notions d'amplitude, de fréquence, de période et de phase, et on reviendra au cas où la phase est nulle.

STATISTIQUE ET PROBABILITE (30 h)

1. STATISTIQUE (10 h)

Le vocabulaire statistique, les représentations graphiques d'une série statistique à variable discrète et continue ainsi que les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable discrète sont acquises en première et deuxième années secondaires. Elles vont être mises en œuvre au cours de cette année pour étudier les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable continue. Ces notions serviront à interpréter certains faits d'un problème concret et à développer de nouvelles conclusions.
Il est fortement conseillé d'utiliser la calculatrice pour effectuer les opérations nécessaires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable (continue ou discrète).	1. Calculer les caractéristiques de position et de dispersion et en connaître l'interprétation. • Reconnaître la classe médiane. • Reconnaître la (les) classe (s) modale (s). • Connaître et calculer analytiquement et graphiquement (s'il y a lieu) la médiane et le (s) mode (s). • Connaître et calculer la moyenne. • Connaître et déterminer l'étendue. • Connaître et calculer l'écart-moyen. • Connaître et calculer la variance et l'écart-type. • Comparer et interpréter deux séries statistiques de même moyenne et d'écart-types différents.	Une modification du groupement peut changer les valeurs de la médiane, du (des) mode (s) et de la moyenne. L'appartenance de la médiane (respectivement du mode) à la classe médiane (resp. modale) doit être mise en évidence. On fera remarquer, que la variance est plus grande ou égale à zéro. On fera remarquer que l'existence des valeurs aberrantes (isolées), risquerait de rendre non représentative la valeur de la moyenne. On a alors intérêt à étudier la médiane. Dans le cas d'une distribution fortement symétrique, on a intérêt à choisir la médiane comme valeur centrale.

2. PROBABILITE (20 h)

Les notions élémentaires de calcul des probabilités et les formules intuitives acquises en deuxième année secondaire serviront de base à l'étude des variables aléatoires. La manipulation des événements et les probabilités conditionnelles et totales seront appliquées à des situations réelles tirées du vécu.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Probabilité conditionnelle: définition, indépendance de deux événements.	1. Définir et calculer la probabilité d'un événement A, sachant qu'un événement B est réalisé. 2. Définir deux événements indépendants. • Calculer $P_B(A)$ par la formule: $P_B(A) = P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$. • Calculer $P(A\cap B)$ par la formule: $P(A\cap B) = P(A/B) \times P(B) = P(B/A) \times P(A)$ A et B étant deux événements non impossibles. • Reconnaître deux événements A et B indépendants par le fait que $P(A/B) = P(A)$.	On fera remarquer que si un événement $B \subset \Omega$ est réalisé, alors l'univers nouveau se réduit à B. On introduira la notion de probabilité conditionnelle à partir des considérations intuitives, puis on passera à l'application de la formule qui sera admise. Le calcul de la probabilité conditionnelle se fera uniquement par l'application de la formule. On fera remarquer que si A et B sont indépendants, alors $P(A\cap B) = P(A) \times P(B)$. On fera le changement de cadre $(B \subset \Omega)$ à partir du concret d'une façon numérique, graphique et par comparaison. On mettra en relief l'importance de cette notion dans les cas d'information partielle ou d'information nulle. On multipliera les exemples concrets pour distinguer entre événements indépendants et événements incompatibles.
2.2. Formule des probabilités totales.	1. Reconnaître la formule des probabilités totales. • Reconnaître un système fondamental d'événements (partition). $\Omega = \cup B_i \;/\; B_i \cap B_j = \varnothing,\ i \neq j$. • Savoir que si un $A \subset \Omega$, alors : $A = \cup(A\cap B_k) \quad k = 1, 2, 3, 4$. • Connaître et utiliser la formule : $P(A) = \sum_i P(B_i) \times \mathrm{P}(\mathrm{A}/B_i)$ où B_i est un système fondamental d'événement.	On fera remarquer que dans une même épreuve les B_i peuvent changer. On se limitera à un système fondamental à quatre parties au plus.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Variable aléatoire réelle, loi de probabilité associée, fonction de répartition. Caractéristiques.	1. Définir une variable aléatoire réelle associée à une épreuve aléatoire. 2. Caractériser et représenter graphiquement une fonction de répartition. 3. Reconnaître les caractéristiques d'une variable aléatoire. • Identifier une variable aléatoire. • Reconnaître l'ensemble Ω_X des valeurs possibles d'une variable aléatoire X. • Définir une loi de probabilité en déterminant les valeurs de la variable X et les probabilités attachées à chaque valeur. • Déterminer la fonction de répartition F à une variable aléatoire. • Représenter la fonction F. • Interpréter graphiquement $F(a)$ pour a constante réelle. • Connaître et calculer l'espérance mathématique de X. • Reconnaître et calculer la variance de X. • Connaître et calculer l'écart-type de X. • Interpréter les deux caractéristiques: espérance mathématique et écart-type.	La variable aléatoire doit être discrète, on ne traitera pas la variable aléatoire continue. (Ω_X est un ensemble fini). On mentionnera que la fonction de répartition est une manière de définir une variable aléatoire et qu'elle sera plus claire pour les questions du type: au moins, au plus, entre a et b. On représentera la loi de probabilité d'une valeur aléatoire dans un tableau. On insistera sur le lien entre les mêmes notions étudiées en statistique et en probabilité et sur leur signification pratique.

TROISIEME ANNEE
SERIE SCIENCES DE LA VIE

ALGEBRE (35 h)

1. FONDEMENTS (8 h)

L'objectif de cette partie du programme est d'expliciter la structure interne, engendrée par une loi de composition de quelques ensembles de la géométrie et de l'algèbre, et de dégager la notion de structure de groupe indépendamment du support.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Loi de composition interne.	1. Identifier une loi de composition interne. 2. Reconnaître les propriétés d'une loi de composition interne. 3. Reconnaître certains éléments particuliers. • Identifier une loi de composition interne sur un ensemble E comme une règle qui associe à tout couple $(x,y) \in E \times E$ un élément $z \in E$. • Reconnaître une loi de composition interne associative. • Reconnaître une loi de composition interne commutative. • Reconnaître un élément neutre pour une loi de composition interne. • Reconnaître l'élément symétrique d'un élément pour une loi de composition interne.	La notion de *loi de composition interne* sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie. On multipliera les exemples et les contre-exemples pour introduire et expliquer l'associativité et la commutativité d'une loi de composition interne ainsi que les notions d'*élément neutre* et d'*élément symétrique*. On évitera les notions d'*élément neutre à gauche* (resp. à droite), d'*élément symétrique à gauche* (resp.à droite) et celle d'*élément régulier*. L'introduction de ces notions n'a pas pour but l'étude des lois de composition en tant que telles, mais celui de bien formuler la définition d'un groupe. En outre, les exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie seront l'occasion de rappeler et de consolider certaines notions fondamentales de ces deux disciplines.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.2. Structure de groupe.	1. Définir un groupe et donner des exemples de groupes. • Identifier un groupe. • Identifier un groupe abélien.	La notion de groupe sera introduite à partir d'exemples tirés de l'algèbre et de la géométrie. On veillera à donner des exemples de groupes abéliens et de groupes non abéliens.

2. CALCUL NUMERIQUE ET LITTERAL (10 h)

Au cours de la deuxième année secondaire, les élèves ont abordé le sujet du dénombrement à travers le calcul des arrangements. Ces activités se poursuivent en troisième année. Un nouvel outil, les combinaisons, se présente comme un moyen indispensable dans ce domaine.

Les activités prennent appui sur deux axes:

1. Les ensembles finis: point de départ pour présenter les différents concepts et formules
2. Les situations de la vie courante: champ d'application assez vaste qui servira, particulièrement, au calcul des probabilités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Combinaisons: définition, notation, formule du binôme, triangle de Pascal.	1. Identifier une combinaison d'éléments d'un ensemble fini. 2. Calculer le nombre des combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. 3. Construire le triangle de Pascal. 4. Connaître et utiliser la formule du binôme. • Identifier une combinaison de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$ comme une partie de cet ensemble formée de p éléments. • Déterminer, dans des cas simples, toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$.	L'objectif étant de déterminer, dans une situation donnée, le nombre des issues, l'élève apprendra à traduire, s'il y a lieu, quelques éléments d'un problème en langage de combinaisons. On veillera alors à ce que l'élève distingue les notions d'arrangements et de combinaisons. La formule donnant C_n^p sera admise. La relation $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$ pourra être démontrée par un calcul direct.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Connaître et utiliser la formule donnant le nombre C_n^p de toutes les combinaisons de p éléments d'un ensemble à n éléments $(p \leq n)$. • Modéliser des situations par des combinaisons. • Connaître et utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$. • Construire le triangle de Pascal. • Connaître et utiliser la formule du binôme pour développer $(a+b)^n$.	Le triangle de Pascal sera construit dans le but d'utiliser la formule $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$, de trouver le développement de $(a+b)^n$ et de mettre en évidence les termes de C_n^p qui y apparaissent.

3. EQUATIONS ET INEQUATIONS (7 h)

L'élève sait déjà résoudre des systèmes linéaires (2x2) et (3x3). L'objectif principal de cette partie du programme est de lui apprendre une méthode générale (méthode de Gauss) pour résoudre un système linéaire quelconque, quitte à se limiter, dans les exemples et les exercices, à des systèmes $m \times n$ où m et n ne dépassent pas quatre. Cette méthode présente un autre intérêt, celui d'offrir à l'élève l'exemple d'une méthode de solution algorithmique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Système d'équations linéaires $(m \times n)$: définition, opérations élémentaires sur les lignes, méthode de Gauss.	1. Identifier un système linéaire $(m \times n)$. 2. Echelonner un système linéaire $(m \times n)$ par application successive d'opérations élémentaires. 3. Résoudre un système linéaire $(m \times n)$ par la méthode de Gauss. • Reconnaître une solution d'un système linéaire. • Reconnaître deux systèmes linéaires équivalents. • Classer les systèmes linéaires en *systèmes impossibles*, *systèmes indéterminés* et *système déterminés.*	Les systèmes linéaires considérés sont numériques. On multipliera l'étude des systèmes non carrés afin de familiariser l'élève avec le cas général d'un système linéaire. On pourra noter les opérations élémentaires: $L_i \leftrightarrow L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à échanger entre elles la $i^{\text{ème}}$ équation et la $j^{\text{ème}}$ équation. $L_i \leftarrow \alpha L_i$ l'opération élémentaire qui consiste à multiplier la $i^{\text{ème}}$ équation par le scalaire α ($\alpha \neq 0$).

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Appliquer une opération élémentaire aux équations d'un système linéaire et savoir qu'elle le transforme en un système équivalent. • Reconnaître un système linéaire échelonné impossible. • Reconnaître un système linéaire échelonné possédant une solution unique. • Reconnaître un système linéaire échelonné possédant une infinité de solutions et identifier dans ce cas le *rang* du système, les *inconnues principales* et les *inconnues secondaires*. • Résoudre un système linéaire échelonné.	$L_i \leftarrow \alpha L_i + \beta L_j$ l'opération élémentaire qui consiste à remplacer la $i^{\text{ème}}$ équation par la somme de cette équation multipliée par α et de la $j^{\text{ème}}$ équation multipliée par β ($\alpha \neq 0$ et $\beta \neq 0$). On s'attachera à multiplier les exemples empruntés à d'autres disciplines.

4. NOMBRES (10 h)

Les élèves ont déjà fait connaissance avec les nombres complexes et leur représentation géométrique. Cette année, ils entreprennent l'étude approfondie de ces nombres et de leurs applications. Le travail proposé s'articule sur trois axes :

- Introduction des formes trigonométrique et exponentielle du nombre complexe et exploitation des propriétés relatives aux modules et arguments qui en découlent.
- Utilisation des nombres complexes pour établir des relations et résoudre des problèmes de nature trigonométrique.
- Utilisation des nombres complexes afin d'élaborer des méthodes et résoudre des problèmes de nature géométrique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Module et argument d'un nombre complexe. Propriétés.	1. Calculer et interpréter géométriquement le module et l'argument d'un nombre complexe. 2. Connaître et utiliser les formules relatives aux modules et arguments des nombres complexes.	L'élève est déjà familiarisé avec le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Calculer le module d'un nombre complexe écrit sous forme algébrique. • Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe. • Connaître et utiliser les propriétés suivantes relatives aux modules des nombres complexes : $\lvert z\rvert \geq 0$ $\quad\lvert z\rvert \in \mathbf{R}$ et $\lvert z\rvert \geq 0$ $\lvert z\rvert \in \mathbf{R}$ et $\left[\, \lvert z\rvert = 0\right] \Leftrightarrow [z = 0]$ $\lvert z\rvert = \lvert -z\rvert = \lvert \bar{z}\rvert$; $\quad \lvert z\rvert^2 = z\bar{z}$; $\quad \lvert zz'\rvert = \lvert z\rvert \lvert z'\rvert$; $\lvert z^n\rvert = \lvert z\rvert^n$ où $n \in \mathbf{N}$; $\quad \left\lvert \frac{1}{z}\right\rvert = \frac{1}{\lvert z\rvert}$; $\quad \left\lvert \frac{z}{z'}\right\rvert = \frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$ où $z' \neq 0$; $\lvert z+z'\rvert \leq \lvert z\rvert + \lvert z'\rvert$; $\lvert z-z'\rvert \leq \lvert z\rvert + \lvert z'\rvert$. • Calculer l'argument d'un nombre complexe non nul écrit sous forme algébrique. • Interpréter géométriquement l'argument d'un nombre complexe non nul. • Connaître et utiliser les propriétés relatives aux arguments des nombres non nuls : $arg(-z) = \pi + arg(z) \quad (2\pi)$; $\quad arg(\bar{z}) = -arg(z) \quad (2\pi)$; $arg(zz') = arg(z) + arg(z') \quad (2\pi)$; $\quad arg(z^n) = n arg(z) \quad (2\pi)$; $arg\left(\frac{1}{z}\right) = -arg(z) \quad (2\pi)$; $\quad arg\left(\frac{z}{z'}\right) = arg(z) - arg(z') \quad (2\pi)$.	Il est conseillé de définir géométriquement le module d'un nombre complexe *z* comme étant la distance *OA* où *A* est le point d'affixe *z*, et son argument comme étant l'angle $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right)$, puis de chercher à écrire les formules permettant de les calculer. On insistera sur le fait que l'argument d'un nombre complexe est défini à $2k\pi$ près. On évitera de définir l'argument par sa détermination principale (notée *Arg*(*z*)), une telle limitation alourdissant considérablement les formules ainsi que la résolution des équations complexes. On utilisera les notations (2π) ou mod 2π pour exprimer que l'argument est défini à $2k\pi$ près. Les relations $OA = \lvert z_A\rvert$ et $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OA}\right) = arg(z_A) \quad (2\pi)$ constituent les éléments de base pour toutes les interprétations géométriques qui vont suivre. Il importe donc d'entraîner les élèves à représenter géométriquement les nombres complexes afin de fixer le lien entre les notions de module et d'argument, d'une part, et leurs aspects géométriques, d'autre part. L'élève aura intérêt, particulièrement, à se former une image mentale de quelques nombres complexes simples tels que 1, *i*, -1, -*i*, 2*i*, -3*i*, 1 + *i*, etc. Cette activité, conduisant l'élève à lire mentalement le module et l'argument d'un nombre complexe, est hautement formatrice.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
		Les formules relatives aux modules et aux arguments pourront être démontrées directement, en exercices pour quelques-unes ou géométriquement pour d'autres. On caractérisera, en particulier, les nombres réels par leur argument: 0 modulo π, et les nombres imaginaires purs par leur argument $\frac{\pi}{2}$ modulo π.
4.2. Formes trigonométrique et exponentielle d'un nombre complexe.	1. Ecrire un nombre complexe sous la forme trigonométrique. 2. Ecrire un nombre complexe sous la forme exponentielle. 3. Passer d'une forme d'un nombre complexe à une autre. • Ecrire un nombre complexe z non nul, donné en forme algébrique, sous la forme trigonométrique $z = r(\cos\theta + i\, sin\theta)$ où r et θ sont des réels et $r > 0$. • Ecrire un nombre complexe non nul, donné en forme trigonométrique, sous la forme algébrique. • Utiliser la notation $e^{i\theta} = \cos\theta + i\, sin\theta$. • Ecrire un nombre complexe non nul z, donné en forme trigonométrique, sous la forme exponentielle : $z = r\, e^{-i\theta}$. • Ecrire un nombre complexe non nul, donné en forme exponentielle, sous la forme trigonométrique.	Le passage de la forme algébrique à la forme trigonométrique, ainsi que le passage réciproque, sont presque immédiats. Seule l'introduction de la notation exponentielle pourra poser problème. Toute justification de l'écriture $e^{i\theta} = \cos\theta + i\, sin\theta$ ne fera que compliquer la situation. Aussi insistera-t-on sur le côté conventionnel de cette notation. On demandera à l'élève de vérifier sa compatibilité avec les propriétés relatives à la multiplication et à la division des nombres complexes : $e^{i\theta} e^{i\theta'} = e^{i(\theta+\theta')}$ et $\frac{1}{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$. On ne manquera pas de mentionner l'unicité de l'écriture trigonométrique d'un nombre complexe donné. Par ailleurs, cette écriture aidera à : • Simplifier des expressions complexes. • Résoudre des équations dans **C** pratiquement non résolubles à travers la forme algébrique. • Déterminer les racines $n^{\text{èmes}}$ d'un nombre complexe. • Déterminer les lignes trigonométriques de quelques arcs tels que : $\frac{\pi}{5}; \frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{12}$ etc.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.3. Interprétation géométrique de l'addition, de la multiplication des nombres complexes et du passage au conjugué.	1. Interpréter géométriquement le passage au conjugué. 2. Interpréter géométriquement l'addition de deux nombres complexes. 3. Interpréter géométriquement la multiplication de deux nombres complexes. Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, A et B sont deux points du plan d'affixes respectifs z_A et z_B, et z et z' sont deux nombres complexes. • Construire le point d'affixe $-z$ à partir de celui d'affixe z. • Construire le vecteur d'affixe $-z$ à partir de celui d'affixe z. • Construire le point d'affixe $\overline{z}$ à partir de celui d'affixe z. • Savoir que le vecteur d'affixe $z + z'$ est la somme des vecteurs d'affixes z et z'. • Construire le vecteur d'affixe $z + z'$ à partir des vecteurs d'affixes z et z'. • Utiliser une rotation et une homothétie de centre O pour construire le vecteur d'affixe zz' à partir des vecteurs d'affixes z et z'. • Savoir que l'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le nombre complexe $z_B - z_A$. • Savoir que $AB = \lvert z_B - z_A\rvert$.	La formule $AB = \lvert z_A - z_B\rvert$ fournit un outil précieux, puisqu'elle réduit quelques démonstrations à un calcul complexe simple. De même, la relation $z' = az$ initiera l'élève à comparer des distances et des directions.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.4. Formule de Moivre. Applications.	1. Connaître et utiliser la formule de Moivre. 2. Linéariser des polynômes trigonométriques simples. • Connaître et utiliser les formules $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$. • Calculer $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ en fonction de $\cos\theta$ et $\sin\theta$. • Linéariser $\cos^n\theta$, $\sin^n\theta$ et $\cos^m\theta.\sin^n\theta$.	La formule de Moivre sera présentée sous sa forme trigonométrique $\left[r(\cos\theta + i\sin\theta)\right]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$ et sous sa forme exponentielle $\left(re^{i\theta}\right)^n = r^n e^{in\theta}$. Les égalités $\cos\theta = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\sin\theta = \frac{1}{2i}\left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)$ serviront à linéariser des expressions de la forme $\cos^n\theta$, $\sin^n\theta$ et $\cos^m\theta.\sin^n\theta$ où m et n sont des entiers. On se limitera dans les applications à des valeurs de m et n ne dépassant pas 6.

GEOMETRIE (15 h)

ETUDE ANALYTIQUE (15 h)

La géométrie analytique, dans le programme de cette année, est utilisée comme terrain pour investir les acquis de la géométrie dans l'espace, de la géométrie plane, du produit scalaire et du produit vectoriel.

L'outil vectoriel sera utilisé pour mettre en place les équations d'un plan et d'une droite de l'espace.

Une utilisation des deux outils analytique et vectoriel sera exigée afin d'étudier l'alignement, le parallélisme et l'orthogonalité dans l'espace .

L'étude analytique se fera dans un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Composantes du produit vectoriel. Produit mixte.	1.Déterminer les composantes du produit vectoriel de deux vecteurs dans un repère orthonormé direct . 2.Déterminer le produit mixte de trois vecteurs . • Connaître et utiliser les expressions des composantes du produit vectoriel $\vec{V}\wedge\vec{V'}$ des deux vecteurs $\vec{V}$ (X, Y, Z) et $\vec{V'}$ (X', Y', Z'). • Utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme et celle d'un triangle. • Savoir que le produit vectoriel de deux vecteurs est nul si, et seulement si, ces deux vecteurs sont colinéaires. • Reconnaître le produit mixte de trois vecteurs. • Déterminer l'expression analytique du produit mixte dans un repère orthonormé direct. • Utiliser le produit mixte pour calculer le volume d'un parallélépipède et celui d'un tétraèdre. • Savoir que le produit mixte de trois vecteurs est nul si, et seulement si, ces vecteurs sont coplanaires.	L'étude vectorielle du produit vectoriel a été abordée en deuxième année secondaire. L'étude analytique de cette notion servira, cette année, à la compréhension de l'efficacité de l'outil analytique. Le calcul des composantes du produit vectoriel de deux vecteurs servira, en tant qu'outil efficace, à la détermination d'une équation cartésienne du plan, au calcul des aires, à l'alignement et à la colinéarité.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.2. Equations d'un plan et d'une droite dans l'espace.	1.Déterminer l'équation cartésienne d'un plan et d'une droite définis par des éléments géométriques dans un repère orthonormé. • Reconnaître l'équation $ux + vy + wz + r = 0$ comme étant celle d'un plan perpendiculaire au vecteur non nul $\vec{V}\,(u, v, w)$. • Déterminer l'équation du plan passant par un point donné et perpendiculaire à un vecteur donné non nul. • Déterminer une équation du plan passant par trois points non alignés. • Déterminer une équation du plan passant par un point donné et parallèle à deux directions données non parallèles. • Savoir que la droite de vecteur directeur non nul $\vec{V}\,(a, b, c)$ et passant par un point $A(x_0, y_0, z_0)$ est l'ensemble des points $M\,(x, y, z)$ vérifiant le système d'équations paramétriques : $\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \\ z = ct + z_0 \end{cases}$ où t est un paramètre réel. • Déterminer un système d'équations paramétriques d'une droite passant par deux points donnés.	La détermination d'une équation cartésienne d'une droite (ou d'un plan) exige la détermination d'un vecteur directeur (ou d'un vecteur normal). Ceci se traduit par le schéma suivant: Situation géométrique → Détermination d'un vecteur directeur ou normal → Expression analytique (mise en équation) Il est important de noter la non unicité du vecteur normal à un plan et du vecteur directeur d'une droite . Le système $\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \\ z = ct + z_0 \end{cases}$ d'équations paramétriques de la droite s'écrit , dans le cas où $a.b.c \neq 0$, sous la forme $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$ où le paramètre ne figure pas explicitement. On traitera avec soin les cas particuliers des équations des plans de vecteurs normaux admettant une ou deux composantes nulles. L'équation du plan passant par trois points non alignés pourra être traitée comme application au produit mixte.
3.3. Orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan; plans perpendiculaires.	1. Caractériser l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan, et de deux plans, connaissant leurs équations, dans un repère orthonormé. • Savoir que deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{V}(a,b,c)$ et $\vec{V}'(a',b',c')$ sont orthogonales si, et seulement, si $aa' + bb' + cc' = 0$.	L'orthogonalité dans l'espace a été abordée en deuxième année secondaire. Cette année, l'élève approfondira l'étude de cette notion en faisant le lien entre son aspect vectoriel et son aspect analytique.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir qu'une droite de vecteur directeur $\vec{V}$ et un plan de vecteur normal $\vec{V}'$ sont orthogonaux si, et seulement si, $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires . • Savoir que deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{V}(u,v,w)$ et $\vec{V}'(u',v',w')$ sont orthogonaux si, et seulement si, $uu' + vv' + ww' = 0$.	Situation géométrique → Détermination des vecteurs directeurs ou normaux → Propriété vectorielle ou analytique L'élève qui sait déjà dégager un vecteur normal d'un plan et un vecteur directeur d'une droite, pourra utiliser l'expression donnant le cosinus de l'angle de deux vecteurs afin de trouver l'angle défini par deux plans, deux droites ou d'une droite et d'un plan.
3.4. Parallélisme des droites et des plans.	1. Étudier les positions relatives de deux plans, de deux droites, et d'une droite et d'un plan, connaissant leurs équations, dans un repère orthonormé. • Savoir que deux droites de vecteurs directeurs respectifs $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont parallèles (ou confondues) si, et seulement si, $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires. • Savoir qu'une droite de vecteur directeur $\vec{V}$ et un plan de vecteur normal $\vec{V}'$ sont parallèles si, et seulement si, $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont orthogonaux. • Savoir que deux plans de vecteurs normaux respectifs $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont parallèles (ou confondus) si, et seulement si, $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ sont colinéaires.	Comme dans l'orthogonalité, on aura recours à l'outil vectoriel pour démontrer le parallélisme des droites et des plans. On notera le lien qui existe entre l'intersection de deux droites, de deux plans ou d'une droite et d'un plan avec la résolution d'un système d'équations à plusieurs inconnues. Signalons aussi que, comme dans le cas d'une droite dans le plan, une droite de l'espace a une infinité de systèmes d'équations paramétriques. Il est alors important d'initier l'élève à passer d'un système à un autre équivalent. A titre d'activités, il est conseillé d'étudier analytiquement les cas suivants: - un plan passant par un point donné et parallèle à un plan donné; - une droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée. On habituera l'élève à retenir la méthode plutôt que le résultat.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite d'intersection de deux plans sécants. • Déterminer l'intersection de deux droites sécantes. • Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan.	
3.5. Distance d'un point à un plan, à une droite.	1. Déterminer la distance d'un point à un plan et la distance d'un point à une droite dans un repère orthonormé . • Connaître et utiliser la relation $d = \frac{\lvert ux_0 + vy_0 + wz_0 + r\rvert}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}$ exprimant la distance d d'un point $A(x_0, y_0, z_0)$ au plan d'équation $ux + vy + wz + r = 0$. • Calculer la distance d'un point à une droite.	Le produit scalaire sera utilisé pour calculer la distance d'un point à un plan. Par contre, la distance d'un point à une droite pourra être calculée par plusieurs méthodes. On pourra , à titre d'application , déterminer des équations des plans bissecteurs, calculer la longueur de la hauteur dans un tétraèdre, ainsi que la distance entre deux plans parallèles et la longueur de la perpendiculaire commune de deux droites non coplanaires.

Analyse (Fonctions Numériques) **(65 h)**

1. DEFINITIONS ET REPRESENTATION (25 h)

L'élève a déjà fait, en première et deuxième années secondaires, l'étude d'une fonction dans le cas général et il a pris contact avec la notion d'asymptote. Cette année il approfondira l'étude des fonctions et des asymptotes et découvrira la fonction réciproque ainsi que de nouvelles fonctions trigonométriques inverses, logarithmiques, exponentielles.

L'intérêt des fonctions exponentielles et trigonométriques pourra être justifié par des exemples tirés de la biologie et des sciences physiques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Fonction réciproque.	1. Déterminer la fonction composée de deux fonctions données. 2. Caractériser les fonctions possédant une fonction réciproque. 3. Comparer graphiquement les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque. • Reconnaître et calculer la fonction composée de deux fonctions. • Reconnaître la fonction réciproque f^{-1} d'une fonction f continue et strictement monotone. • Savoir que la fonction réciproque f^{-1} de f n'existe que si f est continue et strictement monotone. • Déterminer le domaine de définition d'une fonction réciproque. • Savoir qu'une fonction et sa réciproque ont le même sens de variation. • Calculer, si c'est possible, l'expression explicite de la fonction réciproque.	On donnera des exemples de fonctions n'admettant pas de réciproque. On ne demandera l'expression explicite de la fonction réciproque que dans des cas simples.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que les courbes représentatives d'une fonction et de sa réciproque sont symétriques l'une de l'autre par rapport à la première bissectrice du repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.	
1.2. Fonctions trigonométriques inverses.	1. Etudier les fonctions *Arcsin*, *Arccos* et *Arctan*. • Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *sinus* sur $[-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}]$ et la représenter graphiquement. • Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *cosinus* sur $[0,+\pi]$ et la représenter graphiquement. • Reconnaître la fonction réciproque de la fonction *tangente* sur $]-\frac{\pi}{2},+\frac{\pi}{2}[$ et la représenter graphiquement.	On notera: *Arcsin* ou Sin^{-1} la fonction réciproque de la fonction *sinus*. *Arccos* ou Cos^{-1} la fonction réciproque de la fonction *cosinus*. *Arctg* ou *Arctan* ou tan^{-1} ou tg^{-1} la fonction réciproque de la fonction *tangente*. On se limitera strictement aux domaines de définition cités dans les objectifs.
1.3. Fonction logarithme népérien. Fonction logarithme à base *a*.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien *ln*. 2. Dériver des fonctions de la forme *ln*(*u*) et calculer les primitives des fonctions de la forme $\frac{u'}{u}$ où *u* est une fonction. 3. Connaître la relation qui lie la fonction *ln* à la fonction logarithme à base *a* ($a > 0$ et $a \neq 1$) et en déduire les propriétés de cette dernière.	On notera le logarithme népérien par *ln*, le logarithme à base *a* par log_a et le logarithme décimal par *log*. On effectuera, en exercice, l'étude et la représentation graphique de la fonction log_a dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. On donnera des exemples d'utilisation du logarithme dans le calcul du pH d'une solution.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction logarithme népérien: a et b sont deux réels strictement positifs: $ln(ab) = lna + lnb$, $ln\left(\frac{a}{b}\right) = lna - lnb$, $ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}lna$. • Caractériser le nombre e. • Reconnaître les limites suivantes: $\lim\limits_{x\to 0^+} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} lnx$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{lnx}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0^+} xlnx$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(1+x)}{x}$. • Reconnaître la dérivée de lnu où u est fonction de x et une primitive de $\frac{u'}{u}$ avec $u \neq 0$. • Savoir que $log_a(x) = \frac{lnx}{lna}$ avec $a > 0,\ a \neq 1$ • Savoir que la fonction log_a est strictement croissante pour $a > 1$ et strictement décroissante pour $0 < a < 1$. • Résoudre des équations et des inéquations où intervient la fonction logarithme.	

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.4. Fonctions exponentielles.	1. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base e. 2. Etudier et représenter graphiquement la fonction exponentielle à base a. 3. Etudier la fonction puissance $x \mapsto x^{\alpha}$. 4. Comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^{\alpha}$. • Reconnaître la fonction exponentielle à base e comme étant la fonction réciproque de la fonction logarithme népérien. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction exponentielle à base e. • Connaître et utiliser les propriétés de la fonction exponentielle à base e: $e^{x+y} = e^x . e^y$, $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$, $(e^x)^y = e^{x.y}$. • Reconnaître les limites suivantes: $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \|x\|e^x$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$. • Reconnaître la dérivée de la fonction e^u et une primitive de $u'e^u$ où u est une fonction de x. • Savoir que $a^b = e^{b\ln a}$ où $a > 0$ $a \neq 1$. • Reconnaître le domaine de définition, la variation et la courbe représentative de la fonction $x \mapsto a^x$.	Les propriétés algébriques et les limites usuelles des fonctions exponentielle népérienne, exponentielle à base a et puissance seront démontrées. On effectuera l'étude et la représentation graphique de la fonction $x \mapsto a^x$ dans les deux cas où $0 < a < 1$ et $a > 1$. On investira les limites déjà calculées pour comparer les croissances des fonctions ln, $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto x^{\alpha}$. On vérifiera que cette définition de $x \mapsto x^{\alpha}$ coïncide avec la définition de $x \mapsto x^n$ pour $n \in \mathbf{Z}$ dans le cas où $x > 0$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir que la fonction puissance: $x \mapsto x^{\alpha}$, où $\alpha \in \mathbf{R}$, n'est définie que si $x > 0$. • Reconnaître la variation et la courbe représentative de la fonction puissance. • Reconnaître les limites suivantes: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x^{\alpha}}$; $\lim\limits_{x \to 0^+} x^{\alpha} lnx$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^{\alpha}}$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \lvert x \rvert^{\alpha} e^x$ $(\alpha > 0)$. • Résoudre des équations et des inéquations faisant intervenir les fonctions logarithme et exponentielle.	

2. CONTINUITE ET DERIVATION (15 h)

La continuité et la dérivation ne sont pas des finalités mais des outils pour une meilleure étude des fonctions. Bien qu'elles interviennent dans le calcul des approximations, dans la recherche des racines d'une fonction et dans les encadrements, il est souhaitable que leur approche ne soit pas théorique mais plutôt pratique et d'en donner une interprétation graphique permettant à l'élève une bonne visualisation de la situation en cours.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Image d'un intervalle fermé par une fonction continue.	1. Caractériser l'image d'un intervalle fermé par une fonction continue. 2. Localiser une racine pour une fonction continue sur un intervalle fermé et justifier l'existence de cette racine. • Savoir que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle de même nature.	On admettra que l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle. On admettra aussi le théorème des valeurs intermédiaires. On donnera une interprétation graphique de ces deux théorèmes et de l'existence d'une racine d'une fonction *f* continue sur $[a, b]$ lorsque $f(a).f(b) \leq 0$

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	• Savoir qu'une fonction continue sur un intervalle fermé atteint, sur cet intervalle, un maximum et un minimum et qu'elle y prend toute valeur intermédiaire entre les deux extremums (théorème des valeurs intermédiaires) • Savoir que si une fonction *f* est continue sur l'intervalle [*a*, *b*] avec $f(a).f(b) \leq 0$, elle possède au moins une racine sur [*a*, *b*]. • Savoir que si une fonction *f* est continue et strictement monotone sur un intervalle *I*, elle définit une bijection de *I* sur *f*(*I*). • Savoir que si une fonction *f* est continue et strictement monotone sur l'intervalle [*a*, *b*] avec $f(a).f(b) \leq 0$, elle possède une seule racine sur [*a*, *b*].	
2.2. Dérivation des fonctions composées.	1. Dériver une fonction composée. • Reconnaître et calculer la dérivée d'une fonction composée en un point. • Reconnaître et calculer la dérivée de la composée de deux fonctions sur un intervalle.	On admettra la formule qui donne la dérivée de la fonction composée.
2.3. Dérivée d'une fonction réciproque.	1. Dériver une fonction réciproque. • Utiliser la formule $\left[f^{-1}\right]'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$, avec $y_0 = f(x_0)$. • Reconnaître la dérivée d'une fonction réciproque sur un intervalle	On notera que le calcul de la dérivée d'une fonction réciproque d'une fonction donnée ne nécessite pas la détermination de cette fonction réciproque. On fera l'interprétation graphique de la formule $\left[f^{-1}\right]'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.4. Dérivée seconde. Dérivées successives.	1. Calculer la dérivée seconde et les dérivées successives d'une fonction. • Calculer la dérivée seconde d'une fonction en un point et sur un intervalle. • Calculer les dérivées successives d'une fonction en un point et sur un intervalle.	On utilisera les notations $f', f'', \ldots, f^{(n)}$ ainsi que $\frac{df}{dx}, \frac{d^2 f}{dx^2}, \ldots, \frac{d^n f}{dx^n}$ pour désigner les dérivées successives de la fonction *f*. On donnera des exemples de l'interprétation cinématique de la dérivée seconde. On utilisera la dérivée seconde pour déterminer le point d'inflexion d'une courbe et on mentionnera la relation qui existe entre le signe de la dérivée seconde d'une fonction et la concavité de la courbe représentative de cette fonction. Le calcul de la dérivée d'ordre *n* de quelques fonctions simples sera mis à profit pour vérifier par récurrence l'expression, donnée explicitement, de cette dérivée.
2.5. Règle de l'Hôpital.	1. Utiliser la règle de l'Hôpital dans la recherche des limites. • Utiliser la règle de l'Hôpital pour calculer des limites.	La règle de l'Hôpital sera admise. On pourra appliquer la règle de l'Hôpital dans les cas des formes indéterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$.

3. INTEGRATION (15 h)

Le calcul des aires, des volumes et des longueurs a été recherché par les mathématiciens au cours des siècles et trouve enfin sa formulation théorique au moyen du calcul intégral. Plusieurs problèmes de physique trouvent aussi leur solution au moyen de ce calcul. Il ne s'agit donc pas de donner un cours purement théorique sur le calcul intégral, mais un moyen efficace pour résoudre des problèmes réels. Ainsi le calcul approché de l'intégrale d'une fonction dont il est difficile de trouver une primitive s'affirme comme activité.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.1. Intégrale: définition, propriétés	1. Définir l'intégrale d'une fonction *f* continue sur un intervalle $[a,b]$. 2. Interpréter graphiquement l'intégrale de f sur $[a,b]$. 3. Démontrer et utiliser les propriétés de l'intégrale. • Reconnaître l'intégrale d'une fonction continue f sur l'intervalle fermé $[a, b]$ comme étant le réel $F(b) - F(a)$ où F est une primitive quelconque de f sur $[a, b]$. • Connaître le théorème fondamental de l'intégration: Si f est continue sur un intervalle I et si a est un élément de I, alors $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de f sur I qui s'annule en a. • f étant une fonction continue sur un intervalle I, a et b des éléments de I $(a < b)$, connaître et utiliser les propriétés suivantes de l'intégrale: (P_1) $\int_a^a f(t)dt = 0$; $\int_a^b f(t)dt = -\int_b^a f(t)dt$ (P_2) $\int_a^b f(t)dt = \int_a^c f(t)dt + \int_c^b f(t)dt$ où $c \in I$ (relation de Chasles). (P_3) $\int_a^b [\alpha f(t) + \beta g(t)]dt = \alpha\int_a^b f(t)dt + \beta\int_a^b g(t)dt$; $(\alpha,\beta) \in \mathbf{R}^2$ (linéarité). (P_4) Si $f(x) \geq 0$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.	L'utilisation des sommes de Riemann pour définir l'intégrale est déconseillée. On donnera des exercices faisant intervenir l'utilisation du théorème fondamental de l'intégration. Le symbole $\int_a^b f(x)dx$ se lit : somme de a à b de $f(x)dx$. On notera $\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$ où F est une primitive de f sur $[a, b]$. On fera remarquer que la variable est "muette" dans l'intégrale, c'est-à-dire $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$. On fera remarquer que dans l'écriture $\int_a^b f(x)dx$, la variable x prend toutes les valeurs entre a et b. On démontrera les propriétés (P_1), (P_2), (P_3), (P_4), (P_5). Les propriétés (P_6) et (P_7) seront dégagées à partir d'activités.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
	(P_5) Si en plus g est une fonction continue sur $[a, b]$ tels que $f(x) \geq g(x)$ sur $[a, b]$, alors $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$. ($P_6$) Soit a un réel strictement positif et f continue sur $[-a, +a]$: - Si f est paire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 2\int_0^{+a} f(x)dx$ - Si f est impaire sur $[-a, +a]$, alors $\int_{-a}^{+a} f(x)dx = 0$. ($P_7$) Si f est définie et continue sur **R**, périodique de période T, alors: $\int_0^T f(x)dx = \int_a^{a+T} f(x)dx$; pour tout réel a.	
3.2. Méthodes d'intégration.	1. Utiliser les différentes méthodes d'intégration pour le calcul d'intégrales. • Utiliser la lecture inverse des formules de dérivation (où la fonction est continue sur l'intervalle considéré). • Utiliser la méthode d'intégration par parties. • Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples. • Utiliser le changement de variable dans des cas simples. • Utiliser les formules trigonométriques permettant la linéarisation de certains polynômes trigonométriques.	Pour la décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples, il est souhaitable de donner des directives. Pour la méthode de changement de variable, on se limitera à des cas simples et classiques. Pour le changement de variable, on veillera à ce que la fonction utilisée soit monotone sur l'intervalle considéré et on donnera des contre-exemples pour justifier cette remarque. La linéarisation des polynômes trigonométriques peut se faire par l'utilisation des nombres complexes.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
3.3. Applications du calcul intégral.	1. Utiliser l'intégrale pour calculer des aires et des volumes. • Calculer des aires à l'aide d'intégrales. • Calculer des volumes dans le cas d'un solide usuel de révolution à l'aide d'intégrales. • Calculer le volume d'un solide délimité par la rotation d'un arc de courbe autour de l'un des axes de coordonnées. • Calculer une valeur approchée d'une intégrale par la méthode des rectangles.	On donnera des exemples d'encadrement d'une intégrale par la méthode des rectangles. On peut donner des exemples d'application du calcul intégral dans divers domaines. Le calcul des aires et des volumes sera effectué dans un repère orthonormé.

4. EQUATIONS DIFFERENTIELLES (10 h)

Le champ d'étude et d'application des équations différentielles étant très large, il est indispensable de se limiter strictement aux types d'équations différentielles mentionnées dans le programme. Il est souhaitable de donner des conditions initiales aux équations différentielles pour en trouver une solution unique et de vérifier l'intérêt pratique de la résolution de ces équations.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.1. Définition.	1. Identifier une équation différentielle et déterminer son ordre. • Reconnaître une équation différentielle du premier et du second ordre. • Identifier le vocabulaire associé à une équation différentielle (ordre, coefficient, équation avec second membre, équation sans second membre, solution générale, solution implicite, solution explicite).	Il est souhaitable d'introduire les équations différentielles par des activités d'approche dont la solution nécessite la résolution d'une équation différentielle. On mettra en valeur le rôle joué par les conditions initiales dans la détermination d'une solution convenable.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
4.2. Equations à variables séparables.	1. Reconnaître et résoudre une équation à variables séparables (cas simples). • Reconnaître une équation différentielle du premier ordre à variables séparables comme étant une équation qui se ramène à la forme $\int f(x)dx = \int g(y)dy$ • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + a(x)y = 0$ où a est une fonction simple à intégrer.	Il faut éviter toute complication dans ce genre d'équations différentielles et se limiter à des cas simples où la séparation des variables ainsi que l'intégration soient faciles.
4.3. Equations linéaires du premier ordre à coefficients constants.	1. Reconnaître et résoudre une équation linéaire du premier ordre à coefficients constants. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' = f(x)$ où f est continue sur un intervalle I. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + ay = b$ où a et b sont des réels donnés. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y' + ay = f(x)$ où a est un réel donné et f une fonction simple.	Dans le cas des équations différentielles de la forme $y' + ay = f(x)$, il est indispensable de donner des directives permettant la résolution de cette équation.
4.4. Equations linéaires du second ordre à coefficients constants.	1. Reconnaître et résoudre une équation linéaire du second ordre à coefficients constants. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y'' = f(x)$ où f est une fonction continue sur un intervalle I. • Résoudre une équation différentielle de la forme $ay'' + by' + cy = 0$ où a, b et c sont des réels donnés. • Résoudre une équation différentielle de la forme $y'' + \omega^2 y = k$ où ω et k sont des réels donnés.	

TRIGONOMETRIE (5 h)

1. FONCTIONS CIRCULAIRES (5 h)

Les élèves ont été initiés aux formules, aux équations trigonométriques et aux fonctions circulaires dans les classes antérieures. Le but, dans cette troisième année, est d'approfondir l'étude de quelques fonctions circulaires simples.

On veillera à faire découvrir aux élèves l'intérêt de la trigonométrie dans des problèmes réels tirés des sciences physiques.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Etude des fonctions circulaires de la forme: $a\ cos(bx + c)$ et $a\ sin(bx + c)$.	1. Différencier dans ces fonctions l'amplitude, la fréquence, la période et la phase. 2. Etudier et représenter graphiquement ces fonctions. • Etudier et représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = a\cos(bx + c)$ où a, b et c sont des réels. • Etudier et représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = a\sin(bx + c)$ où a, b et c sont des réels.	On mentionnera l'importance de ces fonctions en sciences physiques pour différencier les notions d'amplitude, de fréquences, de période et de phase, et on reviendra au cas où la phase est nulle.

STATISTIQUE ET PROBABILITE (30 h)

1. STATISTIQUE (10 h)

Le vocabulaire statistique, les représentations graphiques d'une série statistique à variable discrète et continue, ainsi que les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable discrète sont acquises en première et deuxième année secondaire. Elles vont être mises en œuvre au cours de cette année pour étudier les caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable continue. Ces notions serviront à interpréter certaines données d'un problème concret et à développer de nouvelles conclusions.
Il est fortement conseillé d'utiliser la calculatrice pour effectuer les opérations nécessaires.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
1.1. Caractéristiques de position et de dispersion d'une série statistique à variable (continue ou discrète).	1. Calculer les caractéristiques de position et de dispersion et en connaître l'interprétation. • Reconnaître la classe médiane. • Reconnaître la (les) classe (s) modale (s). • Reconnaître et calculer analytiquement et graphiquement (s'il y a lieu) la médiane et le (s) mode (s). • Identifier et déterminer l'étendue. • Identifier et calculer la moyenne, l'écart-moyen, la variance et l'écart-type. • Comparer et interpréter deux séries statistiques de même moyenne et d'écart-types différents.	Une modification du groupement peut changer les valeurs de la médiane, du (des) mode (s) et de la moyenne. L'appartenance de la médiane (respectivement du mode) à la classe médiane (resp. modale) doit être mise en relief. On fera remarquer que la variance est plus grande ou égale à zéro. On fera remarquer, de même, que l'existence des valeurs aberrantes (isolées) risque de rendre non représentative la valeur de la moyenne. On a alors intérêt à étudier la médiane. Dans le cas d'une distribution fortement symétrique, on a intérêt à choisir la médiane comme valeur centrale.

2. PROBABILITE (20 h)

Les notions élémentaires de calcul des probabilités et les formules intuitives acquises en deuxième année secondaire serviront de base à l'étude des variables aléatoires. La manipulation des événements et les probabilités conditionnelles et totales seront appliquées à des situations réelles tirées du vécu.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.1. Probabilité conditionnelle: définition, indépendance de deux événements.	1. Définir et calculer la probabilité d'un événement A, sachant qu'un événement B est réalisé. 2. Définir deux événements indépendants. • Calculer $P_B(A)$ par la formule: $P_B(A) = P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. • Calculer $P(A \cap B)$ par la formule: $P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B) = P(B/A) \times P(A)$ A et B étant deux événements non impossibles. • Reconnaître deux événements A et B comme étant indépendants par le fait que $P(A/B) = P(A)$.	On fera remarquer que si un événement $B \subset \Omega$ est réalisé, alors l'univers nouveau se réduit à B. On introduira la notion de probabilité conditionnelle à partir des considérations intuitives, puis on passera à l'application de la formule qui sera admise. Le calcul de la probabilité conditionnelle se fera uniquement par l'application de la formule. On fera remarquer que si A et B sont indépendants, alors $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. On effectuera le changement de cadre ($B \subset \Omega$) à partir du concret d'une façon numérique, graphique et par comparaison. On mettra en relief l'importance de cette notion dans les cas d'information partielle ou d'information nulle. On multipliera les exemples concrets pour distinguer entre événements indépendants et événements incompatibles.
2.2. Formule des probabilités totales.	1. Reconnaître la formule des probabilités totales. • Reconnaître un système fondamental d'événements (partition). $\Omega = \cup B_i \; / \; B_i \cap B_j = \varnothing, i \neq j$. • Savoir que si un $A \subset \Omega$, alors : $A = \cup(A \cap B_k) \qquad k = 1, 2, 3, 4.$ • Connaître et utiliser la formule : $P(A) = \sum_i P(B_i) \times \mathrm{P}(\mathrm{A} / B_i)$ où B_i est un système fondamental d'événement.	On fera remarquer que, dans une même épreuve, les B_i peuvent changer. On se limitera à un système fondamental à quatre parties au plus.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.3. Variable aléatoire réelle, loi de probabilité associée, fonction de répartition. Caractéristiques.	1. Définir une variable aléatoire réelle associée à une épreuve aléatoire. 2. Caractériser et représenter graphiquement une fonction de répartition. 3. Connaître les caractéristiques d'une variable aléatoire. • Identifier une variable aléatoire. • Reconnaître l'ensemble Ω_X des valeurs possibles d'une variable aléatoire X. • Définir une loi de probabilité en déterminant les valeurs de la variable X et les probabilités attachées à chaque valeur. • Déterminer la fonction de répartition F à une variable aléatoire. • Représenter la fonction F. • Interpréter graphiquement $F(a)$ pour a constante réelle. • Connaître et calculer l'espérance mathématique de X. • Identifier et calculer la variance de X. • Identifier et calculer l'écart-type de X. • Interpréter les deux caractéristiques: espérance mathématique et écart-type.	La variable aléatoire doit être discrète; on ne traitera pas la variable aléatoire continue. (Ω_X est un ensemble fini). On mentionnera que la fonction de répartition est une manière de définir une variable aléatoire et qu'elle sera plus claire pour les questions du type: au moins, au plus, entre a et b. On représentera la loi de probabilité d'une valeur aléatoire dans un tableau. On insistera sur le lien entre les mêmes notions étudiées en statistique et en probabilité et sur leur signification pratique.
2.4. Variable de Bernouilli.	1. Reconnaître une variable de Bernouilli au cours d'une épreuve. • Reconnaître une variable associée à une épreuve de Bernouilli. • Déterminer la loi d'une variable de Bernouilli. • Calculer les caractéristiques de cette variable.	On fera remarquer que la variable de Bernouilli est une introduction à la loi binomiale.

CONTENU	OBJECTIFS	COMMENTAIRES
2.5. Loi binomiale.	1. Reconnaître une loi binomiale et en déterminer les paramètres et les caractéristiques. • Reconnaître un schéma de Bernouilli. • Déterminer les paramètres d'une loi binomiale. • Connaître et utiliser la formule $P_K = P[X=K] = C_n^k p^k q^{n-k}$; pour $K = 0, ..., n$. • Calculer les caractéristiques d'une loi binomiale.	On a intérêt à utiliser des représentations (arbres, tableaux, ...) pour une meilleur organisation des données. On notera n et p les paramètres de la loi binomiale où n est le nombre de répétitions de l'épreuve de Bernouilli et p la probabilité du succès. On pourra écrire les réponses exactes d'un calcul de probabilités sous forme de fraction irréductible.